UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

TEMA:

"ANÁLISIS Y DISEÑO DE ELEMENTOS DE HORMIGÓN PRETENSADO"

Proyecto de tesis previo a la obtención del título de Ingeniero Civil

AUTOR:

Byron Alejandro Peñaloza Curipoma

DIRECTOR:

Ing. Fabián Carrasco Castro, M. Sc.

CUENCA – ECUADOR

JUNIO DE 2014

RESUMEN

Aunque la tecnología constructiva del hormigón pretensado es ya bastante conocida en países desarrollados como EEUU, en Ecuador su uso aún es casi nulo. Muchísimas son las ventajas que brinda el hormigón pretensado en comparación al más tradicionalmente usado en nuestro país, el armado. A las ventajas claras como el permitir luces de entrepisos más grandes y aminoración del agrietamiento y deflexiones, se suma el poder usar secciones más pequeñas reduciendo las cargas muertas de la estructura lo que significa menor costo. El fusionar la construcción pretensada con la prefabricada permite hacer de ella un proceso industrializado con todo lo que ello conlleva: mejores acabados, comodidad en la mano de obra, producción más rápida, etc.

Siendo evidente la necesidad de implementar nuevos y eficaces métodos constructivos como el hormigón pretensado en un país en vías al desarrollo como el nuestro, es imperioso comprender el comportamiento de este tipo de estructuras y de los materiales que la conforman y definir un método de cálculo rápido que brinde el cumplimiento de las solicitaciones con un alto grado de confiabilidad apegándose a las normas constructivas vigentes.

El presente documento está encaminado en transmitir la teoría necesaria para el correcto diseño de elementos de hormigón pretensado como vigas, columnas y losas, de manera que cumplan las solicitaciones de cualquier proyecto civil. Paralelo a la teoría es importante la construcción de un software para ser usado en el diseño de dichos elementos y así hacer de ello un procedimiento fácil, confiable y rápido que puede ser usado por cualquier profesional del ámbito estructural.

El cada vez mayor uso de nueva tecnología constructiva, como lo es el hormigón pretensado en nuestro país, creará un hito en su desarrollo. Un anhelo personal es que mediante el presente documento sean cada vez más los estudiantes y profesionales del área civil que se enfoquen por el uso de elementos pretensados dando un gran avance en la construcción ecuatoriana.

Palabras clave: hormigón pretensado, prefabricado, acero de presfuerzo, software de cálculo.

ABSTRACT

Although the constructive technology of the prestressed concrete is well known in developed countries as the United States of America, its usage is still almost zero in Ecuador. There are many advantages in using prestressed concrete in comparison to reinforced concrete which has been used in our country traditionally. Some clear advantages that show the prestressed concrete is that allow larger lights in mezzanines and reduction of cracking and deflections, besides, the power to use smaller sections by reducing dead loads of the structure, which means a lower cost. The combination of prestressed and prefabricated construction allows an industrialized process with all what involves: best finishing touches, comfort in labor, faster production, etc.

Being clear the need to implement new and effective construction methods as the prestressed concrete in a developing country like ours, it is imperative to understand the behavior of these types of structures and materials which constitute them and define a method of fast calculation that could offer the fulfillment of the solicitations with a high degree of reliability according to current construction standards.

This document aims to transmit enough theory for the right design of prestressed concrete elements such as beams, columns and slabs, so that the requirements of any civil project could be accomplished. Parallel to theory, it is important the elaboration of a software to be used in the design of these elements and thus make it an easy, reliable and rapid procedure that can be used by any professional of the structural field.

The increasingly usage of new construction technology, such as prestressed concrete in our country, will create a milestone in its development. A personal expectation is that through this project a greater number of students and professionals in the civil area focus on the use of prestressed elements to start up the modern Ecuadorian construction.

Key words: prestressed concrete, precast concrete, prestressed steel, calculation software.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

CLAUSULA DE RESPONSABILIDAD

Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Yo, Byron Alejandro Peñaloza Curipoma, autor de la tesis "Análisis y diseño de elementos de hormigón pretensado", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 2 de junio del 2014

Byron Alejandro Peñaloza Curipoma

C.I: 0705110468

CLAUSULA DE RECONOCIMIENTO

Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Yo, Byron Alejandro Peñaloza Curipoma, autor de la tesis "Análisis y diseño de elementos de hormigón pretensado", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 2 de junio del 2014

Byron Alejandro Peñaloza Curipoma

C.I: 0705110468

AGRADECIEMIENTO

Mi eterno agradecimiento a mi director de tesis Ing. Fabián Carrasco Castro (M. Sc.) quien supo guiarme en el desarrollo del presente documento. A todo el personal de la empresa Carrasco RFV Construcciones que me brindaron la oportunidad de realizar prácticas profesionales relacionadas al tema en cuestión.

DEDICATORIA

A mis padres y hermano que siempre supieron apoyarme durante mi vida estudiantil.

SIMBOLOGÍA

$\boldsymbol{A}$	=	área de la sección transversal del elemento de hormigón
$\boldsymbol{a}$	=	profundidad del bloque rectangular equivalente
$\boldsymbol{A'_s}$	=	área del acero corrugado destinado a resistir la compresión
$\boldsymbol{A_p}$	=	área del acero presforzado
$\boldsymbol{A_s}$	=	área del acero corrugado destinado a resistir la tracción
$\boldsymbol{A_v}$	=	área del acero destinado a resistir el cortante
$\boldsymbol{A_{vf}}$	=	área del acero destinado a resistir el cortante por fricción
$\boldsymbol{A_{v\,min}}$	=	área mínima del acero destinado a resistir el cortante
$\boldsymbol{b}$	=	ancho de la cara en compresión de la sección transversal del elemento de hormigón
$\boldsymbol{b_w}$	=	ancho del alma de la sección transversal del elemento de hormigón
$\boldsymbol{c}$	=	distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el eje neutro de la sección del elemento de hormigón
$\boldsymbol{C_1}$	=	multiplicador para deflexiones a largo plazo
$\boldsymbol{C_2}$	=	multiplicador para deflexiones a largo plazo
$\boldsymbol{c_{Inf}}$	=	distancia desde las fibras inferiores hasta el centro de gravedad de la sección transversal del elemento de hormigón
$\boldsymbol{C_M}$	=	cargas de muertas actuantes
$\boldsymbol{C_S}$	=	cargas de servicio actuantes
$\boldsymbol{c_{Sup}}$	=	distancia desde las fibras superiores hasta el centro de gravedad de la sección transversal del elemento de hormigón
$\boldsymbol{C_t}$	=	coeficiente de escurrimiento plástico para un tiempo determinado
$\boldsymbol{C_u}$	=	coeficiente de escurrimiento plástico
$\boldsymbol{C_V}$	=	cargas de vivas actuantes
$\boldsymbol{d}$	=	distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero corrugado en tracción
$\boldsymbol{d'}$	=	distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero corrugado en compresión

d_p	=	distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero presforzado
d_{pc}	=	distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del acero presforzado de la sección compuesta
b_v	=	ancho de la superficie de contacto entre el elemento prefabricado y la losa hormigonada insitu
e	=	excentricidad entre el centroide de presiones del acero presforzado y el centro de gravedad de la sección
E_c	=	módulo de elasticidad del hormigón
E_{ci}	=	módulo de elasticidad del hormigón al momento de transmitir la fuerza de presfuerzo al elemento
E_p	=	módulo de elasticidad del acero presforzado
E_s	=	módulo de elasticidad del acero corrugado
f'_c	=	resistencia a la compresión del hormigón
f'_{ci}	=	resistencia a la compresión del hormigón al momento de transmitir la fuerza de presfuerzo al elemento
$f_s{}'$	=	esfuerzo del acero destinado a resistir la compresión
f_{ce}	=	esfuerzo de compresión en la cara inferior de la sección debido a la fuerza de presfuerzo
f_{cp}	=	esfuerzo de compresión en el centroide de la sección debido a la fuerza efectiva de presfuerzo
f_{cs}	=	esfuerzo trasmitido hacia el hormigón al destensar el elemento
f_{ct}	=	resistencia a la tracción del hormigón
f_d	=	esfuerzo flector en la cara inferior de la sección debido al peso propio del elemento
f_{Inf}	=	esfuerzo en las fibras inferiores de la sección transversal del elemento de hormigón
f_{pi}	=	esfuerzo de pretensado inicial
f_{pj}	=	esfuerzo de pretensado proporcionado por el gato
f_{ps}	=	esfuerzo nominal del acero presforzado
f_{pu}	=	resistencia a la rotura a tracción del acero presforzado
f_{py}	=	resistencia a la fluencia del acero presforzado
f_r	=	módulo de ruptura del hormigón
f_s	=	esfuerzo del acero destinado a resistir la tracción

f_{Sup}	=	esfuerzo en las fibras superiores de la sección transversal del elemento de hormigón
f_u	=	resistencia a la rotura a tracción del acero corrugado
f_y	=	resistencia a la fluencia del acero corrugado
h	=	altura de la sección transversal del elemento de hormigón
h_f	=	espesor del patín de la sección transversal del elemento de hormigón
HR	=	humedad relativa del ambiente
I	=	Inercia de la sección transversal del elemento de hormigón
I_{cr}	=	Inercia de la sección transversal fisurada del elemento de hormigón
I_e	=	Inercia efectiva de la sección transversal del elemento de hormigón
L	=	longitud del elemento
M_a	=	momento máximo producido por las cargas de servicio
M_{cr}	=	momento flector de fisuración
M_{losa}	=	momento flector debido al peso de la losa hormigonada insitu
M_n	=	momento flector nominal de la sección transversal del elemento de hormigón
M_o	=	momento flector debido al peso propio del elemento
M_S	=	momento flector debido a las cargas de servicio
M_u	=	momento flector último actuante en el elemento de hormigón
n_p	=	relación entre el módulo de elasticidad del acero presforzado y del hormigón
n_s	=	relación entre el módulo de elasticidad del acero corrugado y del hormigón
P_e	=	fuerza de pretensado efectiva luego de ocurridas las pérdidas
P_i	=	fuerza de pretensado inicial
P_u	=	carga axial última actuante en el elemento de hormigón
r	=	radio de giro de la sección transversal del elemento de hormigón
s	=	separación del acero destinado a resistir el cortante
V/S	=	relación volumen – superficie de un elemento de hormigón
V_c	=	cortante nominal proporcionada por el hormigón
V_{ci}	=	cortante nominal proporcionada por el hormigón cuando la falla es

		por flexión cortante
v_{cw}	=	esfuerzo cortante en el alma de la sección transversal del elemento de hormigón
V_{cw}	=	cortante nominal proporcionada por el hormigón cuando la falla es por cortante en el alma
V_d	=	cortante debido al peso propio del elemento
V_n	=	cortante nominal de la sección transversal del elemento de hormigón
v_{nh}	=	esfuerzo cortante horizontal nominal
V_{nh}	=	cortante horizontal nominal
V_s	=	cortante nominal proporcionada por el acero
V_u	=	cortante último actuante en el elemento de hormigón
w_c	=	peso unitario del hormigón
$Z_{c\,Inf}$	=	módulo resistente en relación a las fibras inferiores de la sección transversal compuesta del elemento de hormigón
$Z_{c\,Sup}$	=	módulo resistente en relación a las fibras superiores de la sección transversal compuesta del elemento de hormigón
Z_{Inf}	=	módulo resistente en relación a las fibras inferiores de la sección transversal del elemento de hormigón
Z_{Sup}	=	módulo resistente en relación a las fibras superiores de la sección transversal del elemento de hormigón
β_1	=	factor que relaciona la profundidad del bloque rectangular equivalente con la profundidad al eje neutro
$\Delta\varepsilon'_{ps}$	=	cambio de la deformación del acero de presfuerzo a compresión
$\Delta\varepsilon_{ps}$	=	cambio de la deformación del acero de presfuerzo a tracción
Δ_{ES}	=	acortamiento elástico del hormigón
Δf_{pA}	=	pérdida por deslizamiento de los anclajes
Δf_{pCR}	=	pérdida por deformación plástica del hormigón
Δf_{pES}	=	pérdida por acortamiento elástico del hormigón
Δf_{pR}	=	pérdida por relajación del acero presforzado
Δf_{pS}	=	pérdida por contracción del hormigón
ΔL	=	deslizamiento de los anclajes
$\varepsilon_s{}'$	=	deformación del acero destinado a resistir la compresión

ε_c	=	deformación en las fibras a compresión del elemento de hormigón
ε_{ce}	=	deformación del hormigón debido a la fuerza de presfuerzo
ε_{CR}	=	deformación plástica del hormigón
ε_{cu}	=	deformación máxima del hormigón en la fibra a compresión
ε_{ES}	=	deformación por acortamiento elástico del hormigón
ε_i	=	deformación elástica del hormigón
ε_{pe}	=	deformación del acero de presfuerzo luego de ocurrida las pérdidas
ε_S	=	deformación por contracción del hormigón
ε_s	=	deformación del acero destinado a resistir la tracción
ε_T	=	deformación total del hormigón
γ_p	=	factor por tipo de acero presforzado
λ_Δ	=	factor para deflexiones a largo plazo
μ	=	coeficiente de fricción
ω	=	índice del acero corrugado a tracción
ω'	=	índice del acero corrugado a compresión
ω_p	=	índice del acero presforzado
ρ	=	cuantía del acero corrugado a tracción
ρ_p	=	cuantía del acero presforzado
ρ_v	=	relación entre el área de estribos y el área de la superficie de contacto

1

INTRODUCCIÓN

Puente de acceso al nuevo CRS de Cuenca construido con losas TT pretensadas, sector Turi

1.1. ANTECEDENTES

Desde ya hace más de 100 años que el ingeniero francés Eugenio Freyssinet estudió y desarrolló los principios usados actualmente en el diseño y construcción de elementos de hormigón pretensado, se han ido perfeccionando nuevas técnicas y métodos para mejorar tanto sus materiales como su construcción. Estructuras pretensadas construidas por el ingeniero francés en aquella época que aún ahora brindan un servicio eficiente dan testimonio de la gran funcionabilidad de dicho sistema.

Estudios actuales cada vez más precisos permiten un uso más eficiente de los materiales que conforman el hormigón pretensado logrando de esta manera diseños más económicos ajustados a las solicitaciones determinadas.

Para aquellos profesionales dedicados al ámbito estructural y constructivo no son desconocidas las obras que se han desarrollado con hormigón pretensado en nuestra región y país, dando cuenta de su gran ventaja y servicialidad comparados con los métodos constructivos tradicionales.

Si bien existe una gran variedad de literatura en inglés que abarca el tema de análisis y diseño elementos de hormigón pretensado, en contraste en español es muy poca la que se encuentra en nuestro medio. El texto desarrollado por el Ing. Fabián Carrasco buscaba atraer el interés de nuevos estudiantes y profesionales en este campo estructural, logrando su propósito con el presente documento, mediante el cual se pretende continuar incentivando cada vez a más y más personas.

Conocida la carencia de literatura en español vale hacer notar que muchísimo más escaso es la existencia de un software orientado al diseño de elementos pretensados. Pues bien, con este trabajo se intenta construir los cimientos de una nueva cultura constructiva brindando una herramienta precisa y fácil de usar.

1.2. OBJETIVO GENERAL

El principal objetivo del presente documento de tesis se enfoca en contribuir al conocimiento y uso del hormigón pretensado en la región y de manera especial facilitar su diseño por medio del desarrollo de un programa informático para el diseño de elementos isostáticos.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

El correcto desarrollo del objetivo principal planteado debe ser precedido de un aporte sustancial de la teoría enfocada al diseño de elementos de hormigón pretensado. Los puntos a continuación deben ser logrados para concluir exitosamente el objetivo del documento actual:

- Estudio de los materiales utilizados en el hormigón pretensado y su comportamiento.
- Estudio de la teoría de elementos sometidos a flexión y cortante.
- Estudio de las deflexiones en el hormigón pretensado.
- Estudio de la teoría de elementos sometidos a flexocompresión.
- Construir un programa informático para el diseño de diferentes elementos isostáticos de hormigón pretensado.

1.4. JUSTIFICACIÓN

Siendo Ecuador un país que cada vez avanza más rápidamente en todas las áreas del conocimiento, el ámbito de la construcción no puede quedarse aislado. Las nuevas metas que actualmente busca el país, impulsando la construcción de escuelas, colegios y ciudades universitarias, debe ser motivo de uso de así mismo nueva tecnología de construcción como lo es el hormigón pretensado. En mi opinión, si el resultado que se desea llegar como país es distinto al que se tenía antiguamente, el método que conlleve a ello debe ser uno revolucionario.

Teniendo claro el objetivo para llegar a ser un país desarrollado, cada área de estudio debe implementar nuevos métodos que aporten a ello. Por parte del diseño y construcción estructural se propone utilizar el hormigón pretensado, sin embargo antes de dicho aporte los profesionales deben poseer un alto grado de capacitación. Es por ello que con el presente documento se pretende brindar herramientas en esta nueva área constructiva que sirvan de base para formar estos nuevos profesionales.

2

Tensado de los cables de presfuerzo para construcción de losa TT pretensada (cortesía de Carrasco RFV Construcciones)

MATERIALES UTILIZADOS EN EL HORMIGÓN PRETENSADO

El hormigón pretensado se caracteriza por estar formado con materiales mucho más resistentes que el hormigón armado. Aunque básicamente están compuestos por los mismos componentes estos dos hormigones, existen diferencias bastante marcadas entre ellos. Los elementos pretensados están constituidos esencialmente por:

- Hormigón
- Acero de presfuerzo
- Acero normal o corrugado

El acero normal o corrugado es ya conocido y ampliamente estudiado en textos dedicados al análisis y diseño de elementos de hormigón armado, razón por la cual no se enfatizará dicho material en el presente documento. Es necesario aclarar que en ciertos casos este acero no es explícitamente necesario para formar un elemento pretensado, sin embargo se suele usar en la mayoría de los casos para cumplir las exigencias de los diversos diseños, como por ejemplo para resistir las solicitaciones de cortante en una viga, como se indica en la *Figura 2.1*.

El presente capítulo se enfocará en describir los otros dos materiales: hormigón y acero presforzado. Si bien el hormigón es ya bastante estudiado, la primera sección está orientada a reforzar el conocimiento de sus principales propiedades y así establecer las diferencias que hacen del hormigón normal un hormigón pretensado y de manera especial enfatizar su necesidad de ser de alta resistencia.

En la segunda y tercera sección se estudiará el acero de presfuerzo y las pérdidas que en él ocurren.

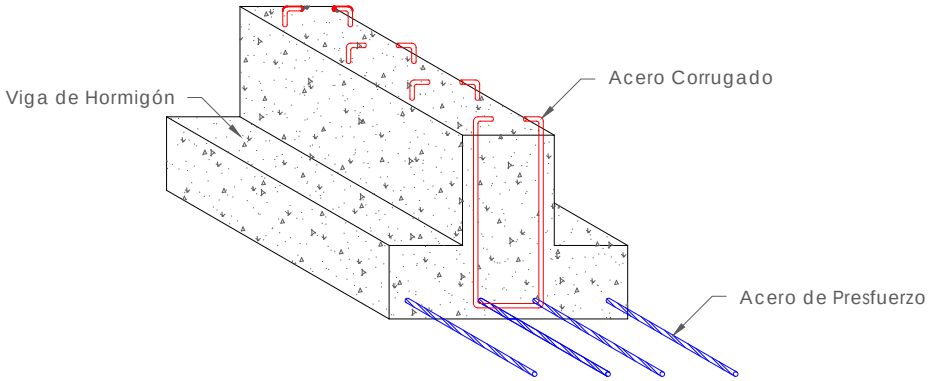


Figura 2.1: Elemento de Hormigón Pretensado

2.1. HORMIGÓN

El hormigón, uno de los principales constituyentes del hormigón presforzado, es una mezcla de diversos materiales de los cuales dependen las propiedades que este adquiera, así como de otros diversos factores. Probablemente para el lector no es nada nueva la composición del hormigón y de cierta manera es entendible el proceso que ocurre a nivel molecular al estar en contacto agua con cemento. Sus componentes son:

- Áridos (Grava y Arena)
- Cemento
- Agua
- Aditivos

En pocas palabras se podría decir que el hormigón usado para presfuerzo debe ser un hormigón más resistente que el usado en hormigón armado. El requerimiento de una resistencia más alta se debe a que los elementos presforzados están sometidos a estados de carga y esfuerzos reales muchos más altos que los del hormigón armado, por lo que el hormigón debe estar en capacidad de soportarlos. Dicho aumento de resistencia trae beneficios a las propiedades del hormigón [1] lo que influye en el proceso constructivo y en el ámbito económico, ya que es posible una aminoración de la sección del elemento resistente (menos carga muerta).

Por lo general un hormigón se define en función de su *resistencia a la compresión* f_c'. Como ya se aclaró, el hormigón presforzado tiene resistencias elevadas del orden de $300\,Kg/cm^2 \leq f_c' \leq 800\,Kg/cm^2$, e incluso mayores dependiendo de

factores como la calidad de los materiales, proceso de elaboración y curado. En nuestro país, un valor bastante usado en hormigones presforzados es $f_c' = 400\ Kg/cm^2$.

Las propiedades del hormigón se pueden clasificar en dos grupos: propiedades a corto plazo y propiedades a largo plazo.

Entre las propiedades a corto plazo tenemos:

- Resistencia a la Compresión
- Resistencia a la Tracción
- Resistencia a Corte
- Rigidez

Las propiedades a largo plazo son:

- Deformación Plástica
- Contracción

A continuación se describirá brevemente cada una de ellas.

RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN

En países donde los métodos presforzados son ya bastante conocidos y desarrollados, la *resistencia a la compresión* f_c' que se usa en los hormigones es un valor bastante elevado, del orden de $850\ Kg/cm^2$ o más [2], dependiendo de factores como: tipo de mezcla, propiedades de los agregados y curado. Como se mencionó antes, en nuestro país generalmente se usan hormigones con un $f_c' = 400\ Kg/cm^2$.

La prueba para la obtención del f_c' de un hormigón se realiza mediante la compresión uniaxial de una probeta cilíndrica de $15\ cm$ de diámetro y $30\ cm$ de altura, según lo especifica ASTM C-39.

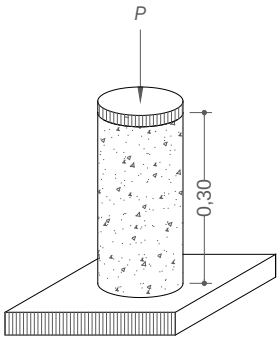


Figura 2.2: Probeta estándar para el ensayo a compresión

Es muy importante obtener en obra el valor de f_c' utilizado en los diseños, ya que el hormigón debe absorber los altísimos esfuerzos debidos al presfuerzo.

RESISTENCIA A LA TRACCIÓN

Es conocida que la *resistencia a tracción* f_{ct} del hormigón es mucho más baja que el valor de f_c'. Dichos valores por lo general oscilan entre $0.10\ f_c' \leq f_{ct} \leq 0.20\ f_c'$, y la obtención experimental de este valor es bastante difícil. Los procedimientos que actualmente se usan son:

- Método brasileño
- Método del módulo de ruptura

En el *método brasileño* se utiliza una probeta similar a la utilizada en el ensayo a compresión, aplicando cargas diametralmente opuestas en las caras laterales del cilindro.

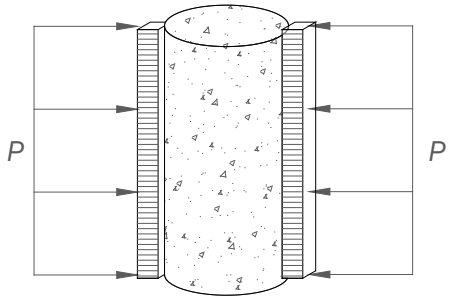


Figura 2.3: Principio del Método Brasileño

En el *método del módulo de ruptura* se usa una vigueta de concreto sin refuerzo, apoyada en sus extremos y cargada en los tercios de la luz. Las dimensiones estándar del elemento corresponden a una vigueta de sección cuadrada de 15 por $15\ cm$ y una longitud de $45\ cm$, según lo estipulado en ASTM C-78.

En este ensayo se obtiene un valor, el *módulo de ruptura* f_r, el cual corresponde a la medida a la que la vigueta sometida a flexión se fractura. El valor del módulo de ruptura es mayor al valor de f_{ct} y el ACI especifica un valor de $f_r = 2\sqrt{f_c'}$ para hormigones de peso normal.

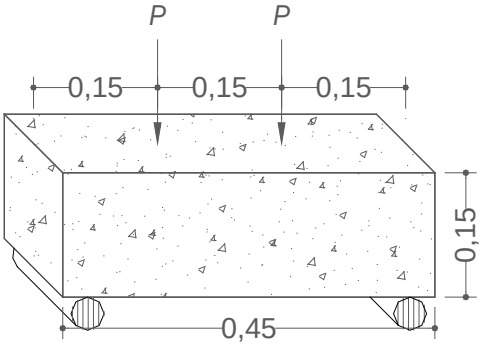


Figura 2.4: Principio del Método del Módulo de Ruptura

RESISTENCIA A CORTE

La resistencia a corte o resistencia a cortante del hormigón es más difícil de obtener experimentalmente. Esta dificultad se debe básicamente a que los esfuerzos cortantes no actúan solos sino en combinación con otros como flexión, compresión, tracción y torsión, por lo que existe una gran variación en los valores de la resistencia a corte. Dichas variaciones van desde el $20\,\%$ de f_c' para elementos sometidos a cargas perpendiculares al eje del elemento hasta valores altos como el $85\,\%$ de f_c' cuando existe una combinación de esfuerzos cortantes y de compresión [2].

Los elementos que han sido presforzados tienen una resistencia a corte mayor que los elementos de hormigón armado. El valor del esfuerzo a corte que especifica el ACI es $0.16\sqrt{f_c'} + 49\,V_u \cdot d_p / M_u$, teniendo como límites mínimo $0.53\sqrt{f_c'}$ y máximo $1.33\sqrt{f_c'}$.

RIGIDEZ

Es la propiedad de un elemento estructural o de una estructura para resistir la solicitación de cargas con la menor deformación posible. Para el caso del hormigón, la rigidez se mide a través del *módulo de elasticidad* E_c, representado gráficamente mediante la curva *esfuerzo vs. deformación*.

Es notorio que la primera parte de la curva, aproximadamente hasta valores de $0.4\,f_c'$, es prácticamente lineal, considerándose una sección elástica, es decir que en esta porción las cargas producen d*eformaciones elásticas* ε_i. Por el contrario, a valores superiores a $0.7\,f_c'$ la curva pierde su linealidad [2]. La pendiente de la línea que une el origen con cualquier punto dentro del rango elástico se denomina *módulo secante* o *módulo de elasticidad* E_c.

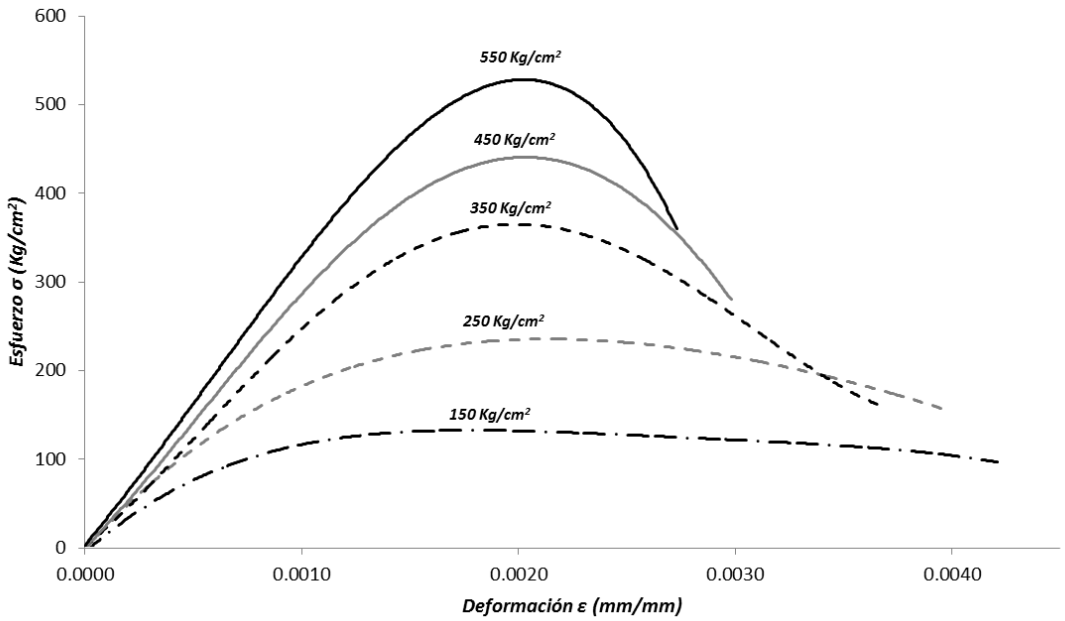


Gráfico 2.1: Curvas Esfuerzo vs. Deformación de hormigones de distinta resistencia (tomado y adaptado de [2])

De la simple observación del *Gráfico 2.1* se puede concluir lo siguiente:

- Mientras más baja sea la resistencia a compresión del hormigón, más alta es la deformación a la que se produce la falla.
- La porción de linealidad de la curva es mayor entre más alta sea la resistencia a compresión del hormigón.

El ACI incluye ecuaciones para determinar el módulo de elasticidad E_c del hormigón en función de su resistencia a la compresión f_c' y su peso específico w_c.

$$\boldsymbol{E_c = 0.14 \cdot {w_c}^{1.5} \cdot \sqrt{f_c'}} \qquad \textbf{2.1}$$

Ecuación válida para hormigones cuya densidad está entre 1440 y $2560\ Kg/m^3$. Para hormigones de densidad normal $(2000\ Kg/m^3 \leq w_c \leq 2200\ Kg/m^3)$ tenemos que:

$$\boldsymbol{E_c = 15100 \cdot \sqrt{f_c'}} \qquad \textbf{2.2}$$

DEFORMACIÓN PLÁSTICA

Las deformaciones ocurridas con el lapso del tiempo, ya sean por *deformación plástica* o *contracción*, producen cambios volumétricos en el hormigón que a su vez afectan a la fuerza de pretensado, lo que finalmente se traduce en deflexiones o fallas en el elemento [1].

La *deformación plástica* ε_{CR} es aquella deformación producida a través del tiempo debido a las cargas permanentes. Es posible relacionar las deformaciones elásticas y plásticas mediante un *coeficiente de escurrimiento plástico* C_u.

$$\boldsymbol{C_u = \frac{\varepsilon_{CR}}{\varepsilon_i}} \qquad \textbf{2.3}$$

A partir de estudios realizados por *Branson y Kripanarayan*, se desarrollaron ecuaciones para calcular el coeficiente de *escurrimiento plástico para un tiempo* t *cualquiera* a partir de C_u, siendo posible a través de ella calcular las deformaciones.

$$\boldsymbol{C_t = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot C_u} \qquad \textbf{2.4}$$

La deformación plástica depende de diversos factores como el tipo de mezcla, condiciones ambientales, curado, tamaño del elemento y edad a la que empieza a ser esforzarlo, pero principalmente depende de la magnitud del esfuerzo al que es sometido.

CONTRACCIÓN

Como su nombre indica, *contracción* es la disminución del volumen original del hormigón, que esencialmente se debe a la pérdida del agua presente en la mezcla al irse evaporando. Se consideran dos tipos de contracciones:

- Contracción plástica
- Contracción por secado

La *contracción plástica* ocurre en las primeras horas luego de vertido el hormigón, siendo más notable en superficies expuestas al ambiente y de gran superficie. La *contracción por secado* ocurre luego de que el hormigón ha adquirido la forma dada.

La *deformación por contracción* ε_S tiene una tasa más elevada en las primeras horas de edad del hormigón, disminuyendo hasta llegar a un límite asintótico con el pasar del tiempo. La contracción depende de diversos factores, como los que se destacan en [2], a continuación los más importantes:

- Agregados: hormigones con alto contenido de agregado se contraen menos.
- Relación Agua / Cemento: mientras más contenido de agua tenga el hormigón, mayor será la contracción.

- Tamaño del espécimen: elementos más grandes presentan menores contracciones unitarias.
- Refuerzo: hormigones reforzados muestran menos contracciones que los simples o con menor armadura.

Es posible determinar la *deformación total* ε_T de un elemento de hormigón mediante la suma de las deformaciones parciales.

La deformación plástica ε_{CR} no es posible obtenerla directamente, por lo que se determina en laboratorio al deducirla de ε_T.

$$\boldsymbol{\varepsilon_T = \varepsilon_i + \varepsilon_{CR} + \varepsilon_S} \qquad \textbf{2.5}$$

2.2. ACERO DE PRESFUERZO

El usar un acero de alta resistencia no es un tema que se haya escogido al azar o por capricho de los diseñadores, más bien se debe destacar que su uso es indispensable en elementos presforzados. La importancia de su uso radica en que el acero destinado al presfuerzo debe soportar esfuerzos altísimos para que las deformaciones que ocurren en el hormigón, debido principalmente a la deformación plástica y contracción (indicadas en la sección anterior) no afecten en demasía al diseño de manera que se elimine la fuerza de presfuerzo, lo que provocaría el fracaso. El hecho de no considerar este aspecto provocó que los primeros intentos de presforzar elementos sean fallidos.

Entendida la razón de usar aceros de alta resistencia se debe aclarar que sus propiedades son un poco diferentes a los aceros tradicionales, esencialmente en lo que su nombre advierte, su resistencia. Un acero tradicional por lo general soporta esfuerzos del orden de $f_u = 5600\ Kg/cm^2$ antes de su rotura a tracción, mientras que un acero de presfuerzo fácilmente alcanza los $f_{pu} = 19000\ Kg/cm^2$, es decir más de 3 veces que un acero normal.

Existen tres tipos de acero de alta resistencia usados en el presfuerzo, todos ellos sin revestimiento (sin estar cubiertos de algún material que impida la adhesión al concreto):

- Alambres redondos
- Cable trenzado o torón
- Varillas de aleación

Los *alambres redondos* son aceros estirados en frío, lo que aumenta su resistencia y mejora sus propiedades. Posteriormente son sometidos a un

calentamiento hasta obtener las propiedades mecánicas deseadas en un proceso conocido como *liberación de esfuerzos*. Para tener una idea, los alambres redondos resienten tracciones del orden de $17600\ Kg/cm^2$. Existen dos tipos de alambres redondos: el *tipo BA* que es usado para que sus mismas deformaciones en los extremos sirvan como anclaje y el *tipo WA* que necesita de un medio externo para anclarse, como son las cuñas [1]. A su vez, los alambres redondos se pueden encontrar en 4 diámetros:

- $0.192\ pulg.$
- $0.196\ pulg.$
- $0.250\ pulg.$
- $0.276\ pulg.$

Al agrupar un número de alambres se obtiene un *tendón*, generalmente formado por 8 a 52 alambres. Los alambres redondos o a su vez los tendones se usan mayormente en construcciones postensadas, aunque también es posible usar en pretensadas.

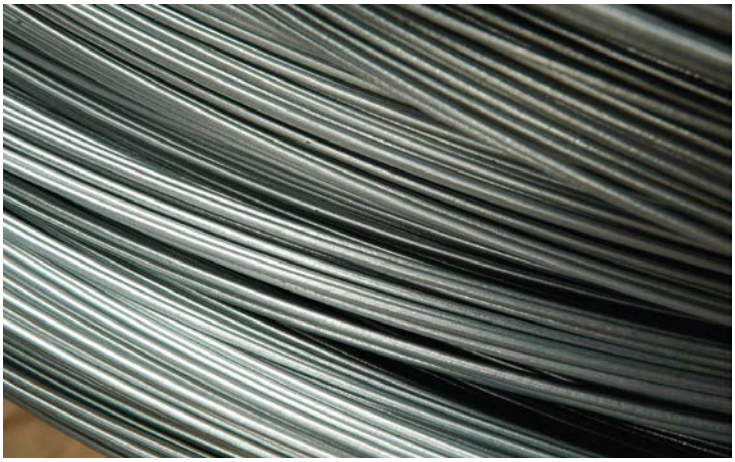


Figura 2.5: Alambre Redondo (tomado del catálogo de Emcocables)

El *cable trenzado o torón* es un conjunto de 7 alambres, en donde 6 de ellos se envuelven alrededor de uno recto ubicado en el centro. El paso de los alambres trenzados va de 12 a 16 veces el diámetro nominal del torón. Para la fabricación del torón se usan los mismos alambres redondos, es decir aquellos que fueron estirados en frio y con liberación de esfuerzos en caliente luego de trenzado el cable. A pesar de ser fabricados de los mismo alambres, los cables presentan mejores propiedades mecánicas que sus antecesores debido a su enrollamiento, resistiendo así tracciones del orden de $19000\ Kg/cm^2$.

Figura 2.6: Cables Trenzados o Torones (tomado del catálogo de Alreco)

Principalmente existen dos tipos de torones en función de su resistencia a la tracción: $250\ ksi\ (17600\ Kg/cm^2)$ y $270\ ksi\ (19000\ Kg/cm^2)$. Los torones vienen en diferentes medidas según su diámetro expresado en fracciones de pulgada, sin embargo su sección transversal no corresponde matemáticamente a ese diámetro, por lo que cada torón tiene su área nominal especificada por el fabricante. La sección tipo de un torón es como la que se especifica en la *Figura 2.7*:

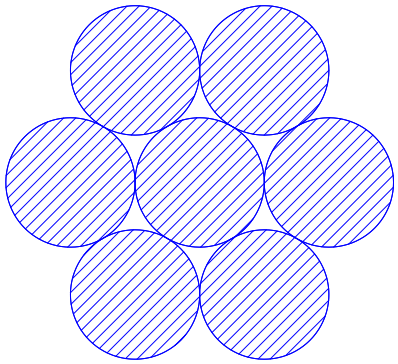


Figura 2.7: Sección típica de un torón de 7 hilos

Los torones son usados generalmente para construcciones pretensadas, aunque también es posible usarlos en postensadas. Un listado de los torones comerciales se muestra en la *Tabla 2.1*:

Tabla 2.1: Propiedades de torones (tomado y adaptado del catálogo de Emcocables)

	Diámetro Nominal (pulg.)	*Diámetro Nominal (mm)*	*Área Nominal (cm^2)*	*Peso (Kg/m)*
Grado 250 ksi	1/4	6.40	0.232	0.182
	5/16	7.90	0.374	0.294
	3/8	9.50	0.516	0.405
	7/16	11.10	0.697	0.548
	1/2	12.70	0.929	0.730
	9/16	15.20	1.394	1.094
Grado 270 ksi	3/8	9.53	0.548	0.432
	7/16	11.11	0.742	0.582
	1/2	12.70	0.987	0.775
	9/16	15.24	1.400	1.102

Finalmente, las *varillas de aleación*, similares a la varillas de acero tradicional, pueden ser lisas o corrugadas y obtienen su alta resistencia al fusionarse con elementos como manganeso, silicón y cromo, mediante conformación en frío [1]. El proceso de liberación de esfuerzos es similar a los aceros anteriormente indicados, sometiéndose a temperaturas bajo los $500\,℃$. Las varillas de aleación se encuentran en diámetros entre $1/2$ hasta $13/8\ pulg.$, existiendo en dos grados: $145\ ksi\ (10200\ Kg/cm^2)$ y $160\ ksi\ (11250\ Kg/cm^2)$.

Como aclaración, en los análisis y diseños de elementos pretensados que se efectuarán más adelante en el presente documento se usará únicamente los cables trenzados o torones como acero de presfuerzo, ya que es el más usado en el hormigón presforzado.

ESFUERZO – DEFORMACIÓN EN EL ACERO PRESFORZADO

Mediante la relación esfuerzo – deformación se tiene una idea rápida de las propiedades del acero presforzado, y al compararlas con la del acero tradicional se establecen diferencias clave. Estas diferencias, como ya se indicó antes, es principalmente su resistencia última más alta, aunque también es notable un aumento en el límite elástico y una aminoración en su ductilidad. Estas propiedades mencionadas se pueden apreciar claramente en el *Gráfico 2.2*:

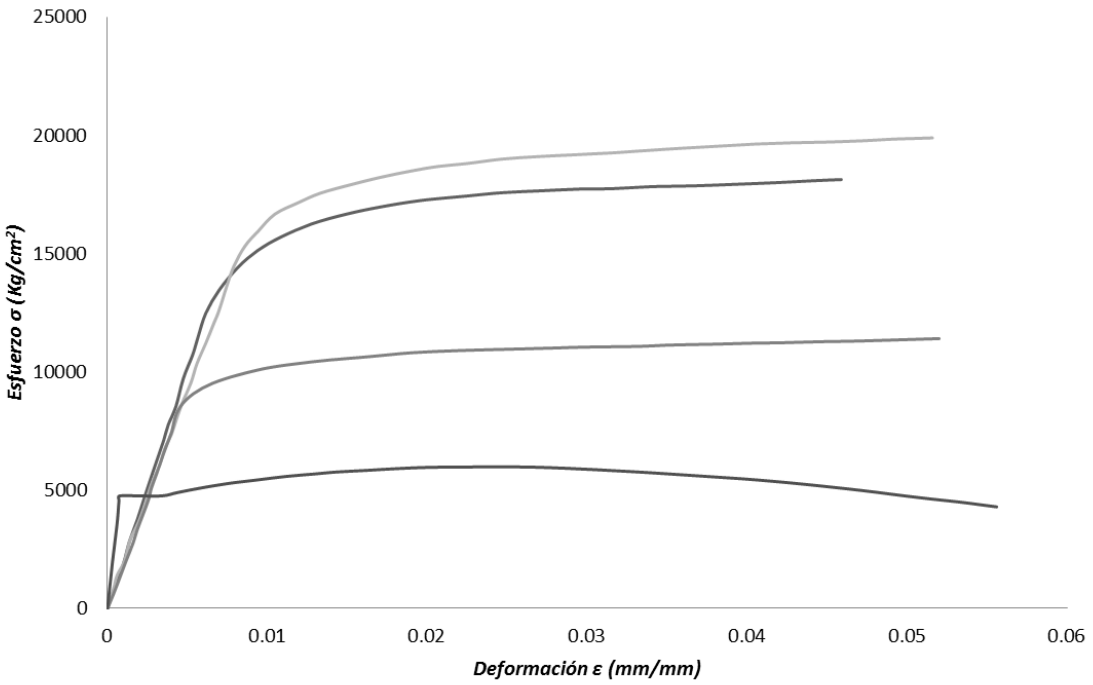


Gráfico 2.2: Curva Esfuerzo vs. Deformación de distintos tipos de aceros (tomado y adaptado de [3])

Para los aceros tradicionales usados en hormigón armado, el límite de elasticidad se define como aquel punto en el que las deformaciones aumentan significativamente sin un relativo aumento de esfuerzo. Este punto es bastante definido para este tipo de aceros, sin embargo para aceros de alta resistencia usados en hormigón presforzado no está claramente definido, razón por la cual se ha asumido teóricamente un valor determinado. Se define al *límite de elasticidad* f_{py} de aceros presforzados al esfuerzo que corresponde a una deformación del 1% para alambres redondos y torones, y aquel que corresponde a una deformación del 0.7% para varillas de aleación [1].

El ACI establece valores de f_{py} según el tipo de acero de presfuerzo:

- Varillas de aleación: $f_{py} = 0.80 \cdot f_{pu}$
- Cables liberados de esfuerzo: $f_{py} = 0.85 \cdot f_{pu}$
- Cables de baja relajación: $f_{py} = 0.90 \cdot f_{pu}$

RELAJACIÓN DEL ACERO PRESFORZADO

Un fenómeno similar a la deformación plástica del concreto ocurre en el acero de presfuerzo, conocido como relajación, que no es más que la pérdida de la fuerza de presfuerzo debido a la constante aplicación de cargas. Se compara con la

deformación plástica del concreto porque en ésta, el hormigón disminuye su longitud al estar sometido a un esfuerzo constante, en cambio en el acero, el esfuerzo disminuye conservando su longitud inicial. La relajación del acero es una pérdida en la fuerza pretensora, que se estudiará en la siguiente sección. La pérdida por relajación se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\Delta \boldsymbol{f_{pR}} = \boldsymbol{f_{pi}} \cdot \frac{\boldsymbol{log\ t}}{\mathbf{10}} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{f_{pi}}}{\boldsymbol{f_{py}}} - \mathbf{0.55} \right) \qquad \textbf{2.6}$$

En la *ecuación 2.6*, t expresa el tiempo en horas para el que se calcula la relajación, f_{pi} es el esfuerzo inicial al que se somete el acero y $f_{pi}/f_{py} > 0.55$.

Las pérdidas por relajación se pueden disminuir usando un tipo de aceros conocidos como *aceros estabilizados o de baja relajación*, para los que las pérdidas disminuyen en $75\,\%$ de las que ocurren para aceros presforzados normales [1]. Para los aceros estabilizados, el esfuerzo de relajación se puede calcular mediante:

$$\Delta \boldsymbol{f_{pR}} = \boldsymbol{f_{pi}} \cdot \frac{\boldsymbol{log\ t}}{\mathbf{45}} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{f_{pi}}}{\boldsymbol{f_{py}}} - \mathbf{0.55} \right) \qquad \textbf{2.7}$$

CORROSIÓN

El evitar al máximo la corrosión es un tema de alta prioridad, más aun cuando el acero presforzado es más vulnerable a ella que los demás aceros. Un acero que se encuentra corroído empieza a descascararse, es decir su sección disminuye, lo que a su vez produce que el esfuerzo de presfuerzo aumente superando su límite de rotura, lo cual desencadena en la falla del acero.

Para evitar la corrosión se deben tomar en cuenta acciones como dar un recubrimiento apropiado de hormigón al acero, como es el caso de elementos pretensados. Por el contrario, para elementos postensados, la protección contra la corrosión es dada por el material que recubre el acero que está en los ductos, por ejemplo el *grouting*.

2.3. PÉRDIDAS EN LA FUERZA DE PRESFUERZO

El acero presforzado sufre una variación en su fuerza tensora inicial, debido a pérdidas que ocurren por diferentes factores. El no haber considerado estas pérdidas provocó fallas en los primeros elementos sometidos a presfuerzo. La pérdida de la fuerza de presfuerzo tiene un comportamiento no lineal, siendo mayor en los primeros días de vida del elemento hasta volverse casi insignificante luego de los 5 años.

Se ha establecido que las pérdidas pueden clasificarse en dos grupos:

- Pérdidas instantáneas o a corto plazo
- Pérdidas dependientes del tiempo o a largo plazo

Las *pérdidas instantáneas* son aquellas que ocurren a causa del acortamiento elástico del hormigón debido a su compresión por la fuerza de presfuerzo o al deslizamiento de los anclajes utilizados para presforzar, mientras que las p*érdidas dependientes del tiempo* se producen por la deformación plástica y contracción del hormigón, además del relajamiento del acero presforzado.

El obtener las pérdidas que ocurren en el pretensado de una manera precisa es muy poco factible, debido a que existe una interrelación entre las distintas causas que ocasionan las mismas, por lo que en casos prácticos se suele estimar pérdidas generales disponibles en los códigos de construcción, como las que se muestran en la *Tabla 2.2*. Estas pérdidas generales incluyen aquellas relacionadas al acortamiento, deformación plástica y contracción del hormigón y la relajación del acero presforzado, omitiendo las pérdidas por el deslizamiento de los anclajes.

Tabla 2.2: Pérdidas Generales (tomadas de AASHTO)

Tipo de Acero de Presfuerzo	***Pérdida Total (Kg/cm^2)***	
	f'c=280 Kg/cm^2	***f'c=350 Kg/cm^2***
Torón Pretensado	-------	3170
Torón o Alambre redondo Postensado	2250	2325
Varillas	1550	1620

Sin embargo cuando sea indispensable obtener las pérdidas, se las debe calcular por separado y luego sumarlas para tener la totalidad. A continuación se detallan las distintas causas de las pérdidas de la fuerza de presfuerzo.

PÉRDIDAS POR ACORTAMIENTO ELÁSTICO DEL HORMIGÓN

Al transferir la fuerza de pretensado al hormigón, es decir al cortar los cables pretensados, el hormigón se acorta debido a la compresión que estos producen. Consecuentemente al acortarse el hormigón, el acero de presfuerzo sufre una pérdida de la misma magnitud Δf_{pES}.

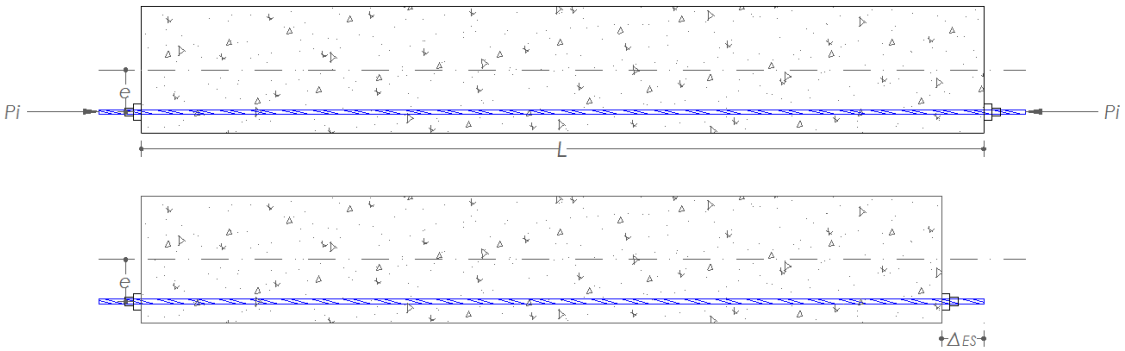


Figura 2.8: Pérdida de esfuerzo por Acortamiento Elástico del Hormigón

La deformación por acortamiento elástico del hormigón es:

$$\boldsymbol{\varepsilon_{ES} = \frac{\Delta_{ES}}{L} = \frac{f_{cs}}{E_c}} \qquad \textbf{2.8}$$

Al ser igual la deformación en el hormigón y en el acero:

$$\boldsymbol{\Delta f_{pES} = \varepsilon_{ES} \cdot E_p} \qquad \textbf{2.9}$$

Igualando las *ecuaciones 2.8* y *2.9*:

$$\boldsymbol{\Delta f_{pES} = \frac{f_{cs}}{E_c} \cdot E_p = n \cdot f_{cs}} \qquad \textbf{2.10}$$

Para elementos pretensados, f_{cs} se puede calcular según la *ecuación 2.11* cuando el acero de pretensado se ubica geométricamente sobre el eje neutro de la sección del elemento de hormigón.

$$\boldsymbol{f_{cs} = -\frac{P_i}{A}} \qquad \textbf{2.11}$$

Para el caso en que el acero de presfuerzo se ubique a cierta distancia e del eje neutro provocando una excentricidad, f_{cs} se calcula mediante:

$$\boldsymbol{f_{cs} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) + \frac{M_o \cdot e}{I}} \qquad \textbf{2.12}$$

Las pérdidas debido al acortamiento del hormigón varían a lo largo de la longitud del elemento, por lo que se debe calcular la pérdida en la sección que corresponde al momento máximo, por tal razón la *ecuación 2.12* incluye el efecto

que produce el peso propio a través el momento M_o en el centro de la luz del elemento.

PÉRDIDAS POR DESLIZAMIENTO DE LOS ANCLAJES

La pérdida por deslizamiento de los anclajes Δf_{pA} se produce cuando se transfiere la fuerza pretensora al cable a través de los gatos y ocurre un leve corrimiento de las cuñas (anclajes). Por lo general esta pérdida suele ser pequeña, sin embargo para un elemento de poca longitud puede ser bastante considerable, mientras que para elementos de gran longitud puede ser despreciable. En base a esto, Δf_{pA} se expresa como:

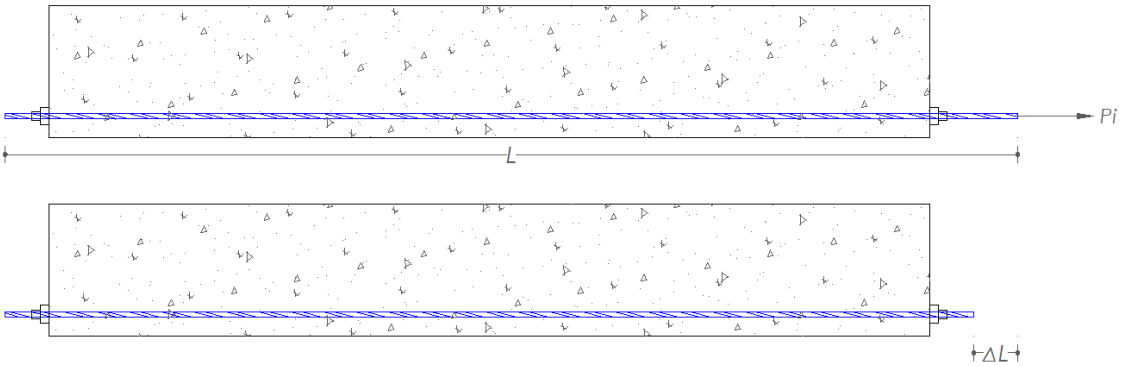


Figura 2.9: Pérdida de esfuerzo por Deslizamiento de los anclajes

$$\Delta \boldsymbol{f_{pA}} = \frac{\Delta \boldsymbol{L}}{\boldsymbol{L}} \cdot \boldsymbol{E_p}$$

Generalmente la magnitud del deslizamiento de los anclajes varía desde 6 hasta $10\,mm$ [2]. Una manera práctica de contrarrestar esta pérdida es sometiendo al cable a un sobresfuerzo controlado, el cual dependerá principalmente del tipo de anclaje.

PÉRDIDAS POR DEFORMACIÓN PLÁSTICA DEL HORMIGÓN

Luego de haber ocurrido las pérdidas por acortamiento elástico en el hormigón, al seguir sometido a esfuerzos de compresión y cargas de servicio permanentes, éste empieza a presentar deformación plástica, tal como se revisó anteriormente.

Como se especificó, la magnitud de esta pérdida depende de diversos factores ya mencionados, pero principalmente de la magnitud del esfuerzo aplicado. Debido a la relación lineal entre las deformaciones elásticas y plásticas, es posible obtener las *pérdidas por deformación plástica* Δf_{pCR} mediante:

$$\Delta f_{pCR} = C_u \cdot n \cdot f_{cs} \qquad 2.13$$

Sin embargo f_{cs} debe contemplar no solo el peso propio del elemento sino también todas las cargas muertas y aquellas cargas vivas que se consideren permanentes en la sección donde se produce el mayor momento. El valor de C_u oscila entre 2 y 4, considerándose un promedio de 2.35.

PÉRDIDAS POR CONTRACCIÓN DEL HORMIGÓN

El acero de presfuerzo, al estar en contacto con el hormigón, y éste último al contraerse provoca una deformación la cual es de la misma magnitud que la deformación del acero de presfuerzo. Así tenemos que la *pérdida por contracción del hormigón* Δf_{pS} es:

$$\Delta f_{pS} = \varepsilon_S \cdot E_p \qquad 2.14$$

Según estudios, aproximadamente el $80\,\%$ de la contracción del hormigón ocurre durante el primer año de vida del elemento estructural, presentando valores de alrededor de $780 \times 10^{-6}\ {}^{mm}/_{mm}$ según ACI. Por otro lado, PCI presenta un valor de la deformación por contracción de alrededor de $820 \times 10^{-6}\ {}^{mm}/_{mm}$, corrigiendo este valor mediante factores como la relación volumen – superficie V/S y la humedad relativa del ambiente HR según la siguiente expresión:

$$\Delta f_{pS} = 8.2 \times 10^{-6} \cdot E_p \cdot \left(1 - 0.0236 \cdot \frac{V}{S}\right) \cdot (100 - HR) \qquad 2.15$$

PÉRDIDAS POR RELAJACIÓN DEL ACERO PRESFORZADO

Como ya se estudió anteriormente, la relajación del acero se debe a la aplicación sostenida de cargas manteniendo constante su longitud. La magnitud de la pérdida no solo depende de la duración de la carga sino también de la relación f_{pi}/f_{py} y se puede calcular mediante la *ecuación 2.7* vista antes:

$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \cdot \frac{\log t}{45} \cdot \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55\right) \qquad 2.7$$

El ACI limita el esfuerzo de tracción del acero de la siguiente manera:

- Esfuerzos debidos a la fuerza de tracción del gato $f_{pj} = 0.94 \cdot f_{py}$, pero no mayor que el mínimo valor entre $0.80 \cdot f_{pu}$ y el máximo valor recomendado por el fabricante del acero de presfuerzo o el anclaje.
- Inmediatamente después de transferir el presfuerzo $f_{pi} = 0.82 \cdot f_{py}$, pero no mayor que $0.74 \cdot f_{pu}$.

Finalmente, para obtener la magnitud de la pérdida total se opera sumando las pérdidas parciales explicadas anteriormente:

$$\Delta \boldsymbol{f_{pT}} = \Delta \boldsymbol{f_{pES}} + \Delta \boldsymbol{f_{pA}} + \Delta \boldsymbol{f_{pCR}} + \Delta \boldsymbol{f_{pS}} + \Delta \boldsymbol{f_{pR}} \qquad \textbf{2.16}$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 1

Calcular las pérdidas de presfuerzo de una viga tipo I de $13\,m$ de longitud, reforzada con 20 torones de $1/2''$ de grado 270 que tienen un módulo de elasticidad $E_p = 2000000\ Kg/cm^2$. Los torones fueron tensados según lo especificado en el ACI, es decir se proporciona un esfuerzo $f_{pi} = 14000\ Kg/cm^2$. El hormigón usado en el diseño tiene un $f'_c = 400\ Kg/cm^2$ a los 28 días, sin embargo se tiene previsto destensar cuando éste haya alcanzado un $f'_{ci} = 280\ Kg/cm^2$. Se establece que la cama de tensado tiene una longitud de $80\,m$. La viga soportará una losa maciza de hormigón de $15\,cm$ de espesor y $1.50\,m$ de ancho, además de una carga viva de $9450\ Kg/m$, de la cual $70\,\%$ se considerará permanente.

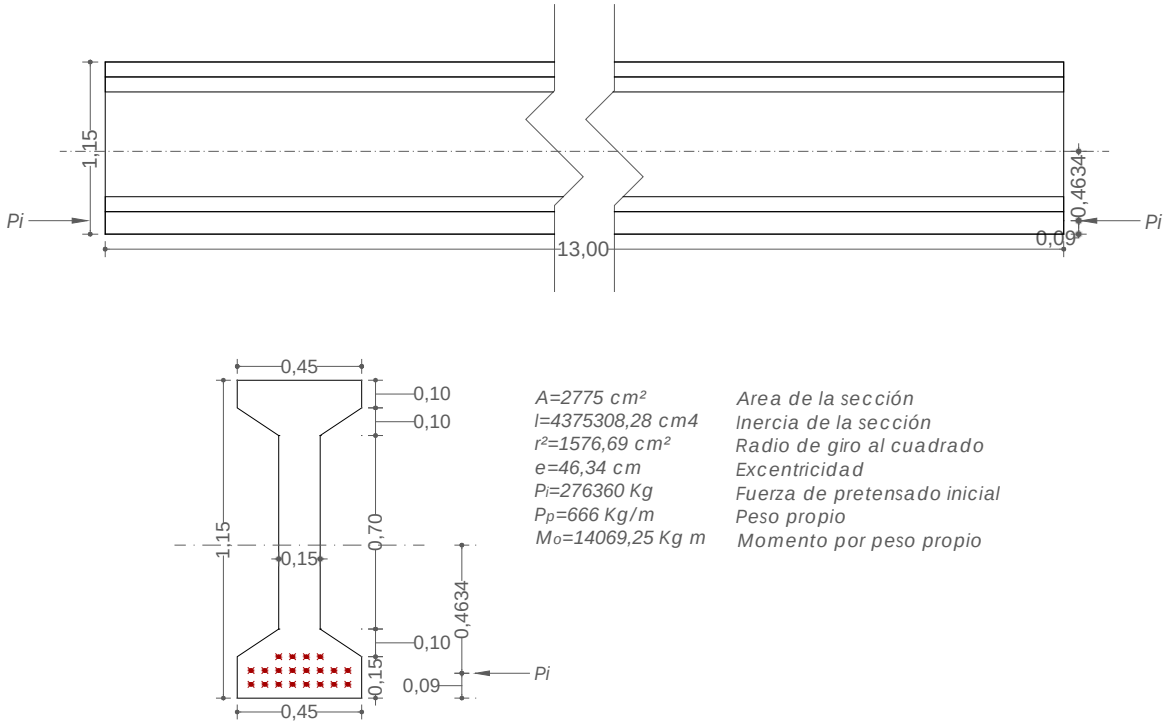


Figura 2.10: Viga I: vista frontal, sección y propiedades físicas

a. Pérdidas por acortamiento elástico del hormigón Δf_{pES}

$$f_{cs} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) + \frac{M_o \cdot e}{I}$$

$$f_{cs} = -\frac{276360}{2775} \cdot \left(1 + \frac{46^2}{1576.69}\right) + \frac{1406925 \cdot 46}{4375308.28}$$

$$f_{cs} = -218.45 \ Kg/cm^2$$

$$E_{ci} = 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci}}$$

$$E_{ci} = 15100 \cdot \sqrt{280}$$

$$E_{ci} = 252671.33 \ Kg/cm^2$$

$$\Delta f_{pES} = \frac{E_p}{E_{ci}} \cdot f_{cs}$$

$$\Delta f_{pES} = \frac{2000000}{252671.33} \cdot 218.45$$

$$\boldsymbol{\Delta f_{pES} = 1729.12 \ Kg/cm^2}$$

b. Pérdidas por deslizamiento de los anclajes Δf_{pA}

Si suponemos que el deslizamiento de las cuñas de anclaje es de 7 mm tenemos:

$$\Delta f_{pA} = \frac{\Delta L}{L} \cdot E_p$$

$$\Delta f_{pA} = \frac{0.007}{80} \cdot 2000000$$

$$\boldsymbol{\Delta f_{pA} = 175 \ Kg/cm^2}$$

c. Pérdidas por deformación plástica del hormigón Δf_{pCR}

$$M_{permanente} = \frac{q \cdot L^2}{8}$$

$$M_{permanente} = \frac{(0.15 \cdot 1.50 \cdot 2400 + 0.7 \cdot 9450) \cdot 13^2}{8}$$

$$M_{permanente} = 151149.38\ Kg\ m$$

$$f_{permanente} = \frac{M \cdot e}{I}$$

$$f_{permanente} = \frac{15114938\ \cdot 46}{4375308.28}$$

$$f_{permanente} = 158.91\ \ Kg/cm^2$$

$$E_c = 15100 \cdot \sqrt{f_c'}$$

$$E_c = 15100 \cdot \sqrt{400}$$

$$E_c = 302000\ \ Kg/cm^2$$

$$\Delta f_{pCR} = C_u \cdot \frac{E_p}{E_c} \cdot \left(f_{cs} - f_{permanente}\right)$$

$$\Delta f_{pCR} = 2.35 \cdot \frac{2000000}{302000} \cdot (218.45\ \ - 158.91)$$

$$\boldsymbol{\Delta f_{pCR} = 926.62\ \ Kg/cm^2}$$

d. Pérdidas por contracción del hormigón Δf_{pS}

Asumiremos que la humedad ambiental es $80\,\%$. De la viga I tenemos que $V/S = 7.79\ cm$:

$$\Delta f_{pS} = 8.2 \times 10^{-6} \cdot E_p \cdot \left(1 - 0.0236 \cdot \frac{V}{S}\right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{pS} = 8.2 \times 10^{-6} \cdot 2000000 \cdot (1 - 0.0236 \cdot 7.79) \cdot (100 - 80)$$

$$\boldsymbol{\Delta f_{pS} = 267.70\ \ Kg/cm^2}$$

e. Pérdidas por relajación del acero presforzado Δf_{pR}

Se estimará la pérdida hasta un periodo de 5 años:

$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \cdot \frac{log\ t}{45} \cdot \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55\right)$$

$$\Delta f_{pR} = 14000 \cdot \frac{log\ 43800}{45} \cdot \left(\frac{14000}{17120} - 0.55\right)$$

$$\Delta \boldsymbol{f_{pR}} = \mathbf{386.64}\ \boldsymbol{Kg/cm^2}$$

f. Pérdida total del acero presforzado $\Delta \boldsymbol{f_{pT}}$

$$\Delta f_{pT} = \Delta f_{pES} + \Delta f_{pA} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pS} + \Delta f_{pR}$$

$$\Delta f_{pT} = 1729.12 + 175 + 926.62 + 267.70 + 386.64$$

$$\Delta \boldsymbol{f_{pT}} = \mathbf{3485.08}\ \boldsymbol{Kg/cm^2}$$

La pérdida total de esfuerzo representa el $24.89\,\%$ en relación al esfuerzo inicial f_{pi}. Claramente se observa que la magnitud de la pérdida de esfuerzo obtenido en el ejemplo anterior es bastante parecida a la que se muestra en la *Tabla 2.2*, considerando que en esta última no se toman en cuenta las pérdidas por el deslizamiento del anclaje y que el hormigón analizado tiene resistencia distinta f_c'.

Para finalizar vale la pena indicar que en elementos postensados, adicionalmente a las pérdidas indicadas, ocurre otra pérdida debido a la fricción existente entre el acero postensado y los ductos del hormigón. A la vez, esta fricción se debe a dos motivos: la curvatura intencional que tiene el acero postensado y las deformaciones intencionales que ocurren. No se profundizará en este tema debido a que el presente documento se enfoca exclusivamente en elementos pretensados.

3

DISEÑO DE ELEMENTOS POR FLEXIÓN Y CORTANTE

Instalación de viga I pretensada en nuevo puente, sector Jadán

En elementos simplemente apoyados, que son los que se tratan en este trabajo, actúan principalmente dos esfuerzos, *flexión* y *cortante*. Otros esfuerzos como los de *torsión* también ocurren, sin embargo este diseño no está al alcance del presente texto. Al ser elementos simplemente apoyados, la fuerza axial en el miembro es cero, siendo esto un principio básico para la deducción de fórmulas a continuación. En este capítulo se indicará los principios que gobiernan el diseño a flexión y cortante de un elemento pretensando, además de un estudio de deflexiones de manera que el miembro cumpla también con condiciones de servicio.

El principal trabajo y contribución de este estudio consiste en diseñar elementos de hormigón pretensado, usando un software elaborado por el autor, el mismo que agilita y simplifica los cambios que se realizan en un diseño para llegar a obtener una sección adecuada que resista las cargas dadas en el análisis estructural de un determinado modelo de estructura.

3.1. MARCO TEÓRICO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN Y CORTANTE

La flexión es un estado que ocurre en casi todos los elementos estructurales, independientemente de su material. El uso de un acero de mayor resistencia (acero presforzado) permite que el elemento de hormigón resista esfuerzos de flexión de manera adecuada que para el caso de elementos simplemente

apoyados con carga uniformemente repartida, el máximo momento a flexión ocurre en el centro del vano. Por otro lado, las cargas normales al eje del elemento estructural producen esfuerzos cortantes que deben ser resistidos en parte por el hormigón y en parte por el acero en forma de estribos colocados perpendicularmente al eje del elemento.

FLEXIÓN

En la sección de un elemento de hormigón, ya sea armado o pretensado, actúan fuerzas internas normales de tracción y compresión que se determinan como esfuerzos flectores provenientes de las cargas externas aplicadas. Si se construyera un elemento solamente con hormigón y se lo sometería a cargas que produzcan flexión, es seguro que el elemento fallaría con cargas muy bajas en la zona de tracción antes que de la de compresión, debido a la baja resistencia del hormigón a la tracción.

En los elementos pretensados, al momento de trasferir la carga del acero al hormigón, es decir al destensar, se provoca un esfuerzo de flexión donde las fibras inferiores del elemento se comprimen y las superiores se traccionan, tal como muestra la *Figura 3.1*.

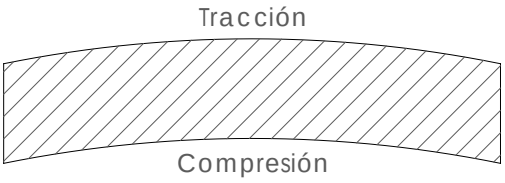


Figura 3.1: Flexión al destensar

Por otro lado, a medida que se aplican cargas de servicio al elemento, este empieza a sufrir esfuerzos de compresión en las fibras superiores y de tracción en las inferiores, como se indica en la *Figura 3.2*.

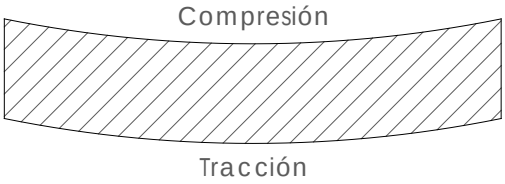


Figura 3.2: Flexión al actuar las cargas de servicio

Como se conoce, el hormigón no resiste esfuerzos a tracción, por lo tanto es necesario cubrir esa deficiencia con acero para ambas etapas definidas anteriormente. La notación que se usará en este documento establece que las deformaciones y esfuerzos de compresión serán negativos mientras que los de tracción serán positivos. En lo referente al momento de la sección, será positivo aquel que haga traccionar las fibras inferiores del elemento, es decir el caso mostrado en la *Figura 3.2*.

CORTANTE

La falla por cortante en vigas, o técnicamente llamada falla por *tensión diagonal*, ocurre por la acción externa de cargas, mas no por la acción directa de cortante y torsión. En el hormigón pretensado se coloca refuerzo para cortante principalmente para que no se produzca esta falla, siendo preferible que esta sea por flexión, la cual es dúctil, no así la falla a cortante que se produce de manera repentina y es muy difícil de predecir [1]. En pocos casos actúa el cortante puro, por ejemplo en el diseño de ménsulas, donde probablemente el cortante es el principal esfuerzo a ser tomado en cuenta.

En un elemento de hormigón sometido a cargas pequeñas que no producen grietas en la sección, los esfuerzos cortantes se pueden calcular mediante los principios de la mecánica básica considerando un material isotrópico y elástico:

$$\boldsymbol{v = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b}} \qquad \textbf{3.1}$$

Donde V es la fuerza cortante que actúa en la sección, Q el momento estático, I el momento de inercia y b el ancho de la sección en el punto analizado.

Si analizamos el comportamiento de un elemento de hormigón armado sometido a la acción de cargas externas como muestra la *Figura 3.3*, se producen esfuerzos cortantes en las caras horizontales y verticales de un elemento infinitesimal. A partir de esto es posible construir el círculo de Mohr y obtener la magnitud y dirección de los esfuerzos principales que actúan en un determinado ángulo con

respecto al eje longitudinal del elemento, lo que a su vez determina la inclinación de la grieta, tal como se observa en la *Figura 3.3*.

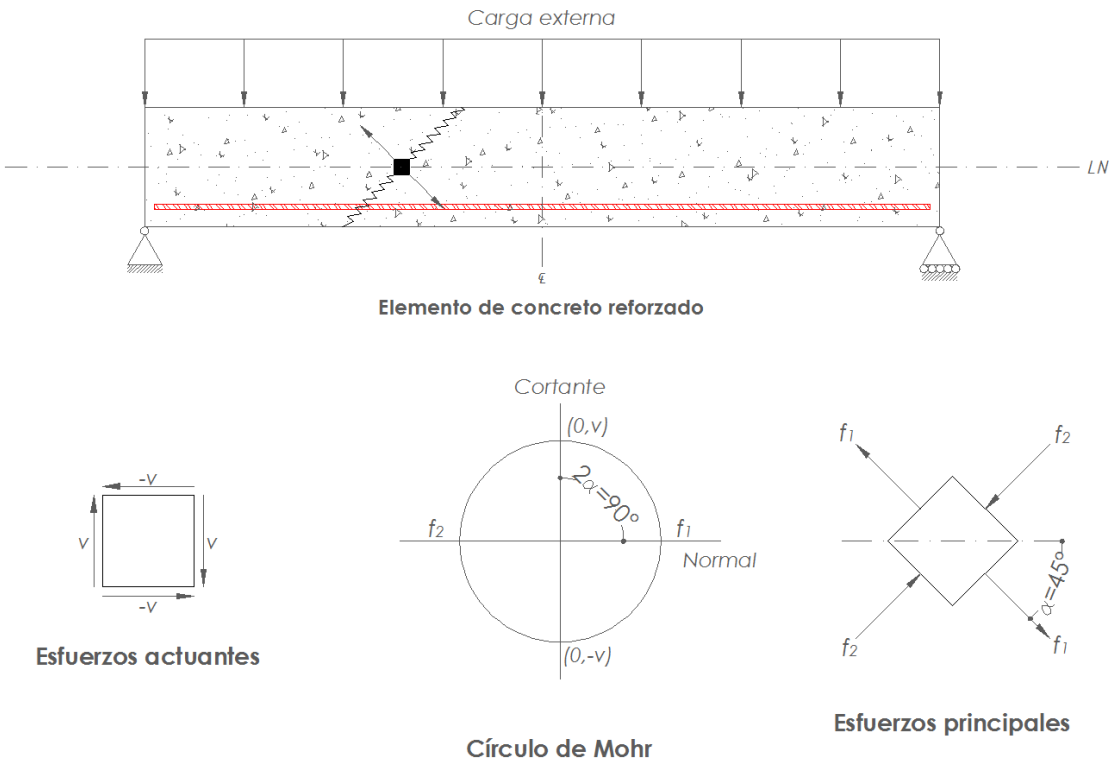


Figura 3.3: Estado de esfuerzos en un elemento de hormigón reforzado

En otro caso, para un elemento de hormigón pretensado, las cargas externas también producen esfuerzos cortantes, pero además está presente un esfuerzo de compresión debido a la acción del acero pretensado, tal como se observa en la *Figura 3.4*. De igual manera que para el caso de un elemento de hormigón armado, si se construye el círculo de Mohr se obtiene la magnitud y dirección de los esfuerzos principales, siendo notable que estos actúan en un ángulo mayor a $45°$ lo que determina que la grieta por tensión diagonal se formará en un ángulo menor a $45°$ como puede observarse. El hecho de que la grieta sea más tendida para el caso de un elemento de hormigón pretensado implica que debe cruzar por un mayor número de estribos lo que aumenta la eficiencia del acero destinado a resistir la tensión diagonal.

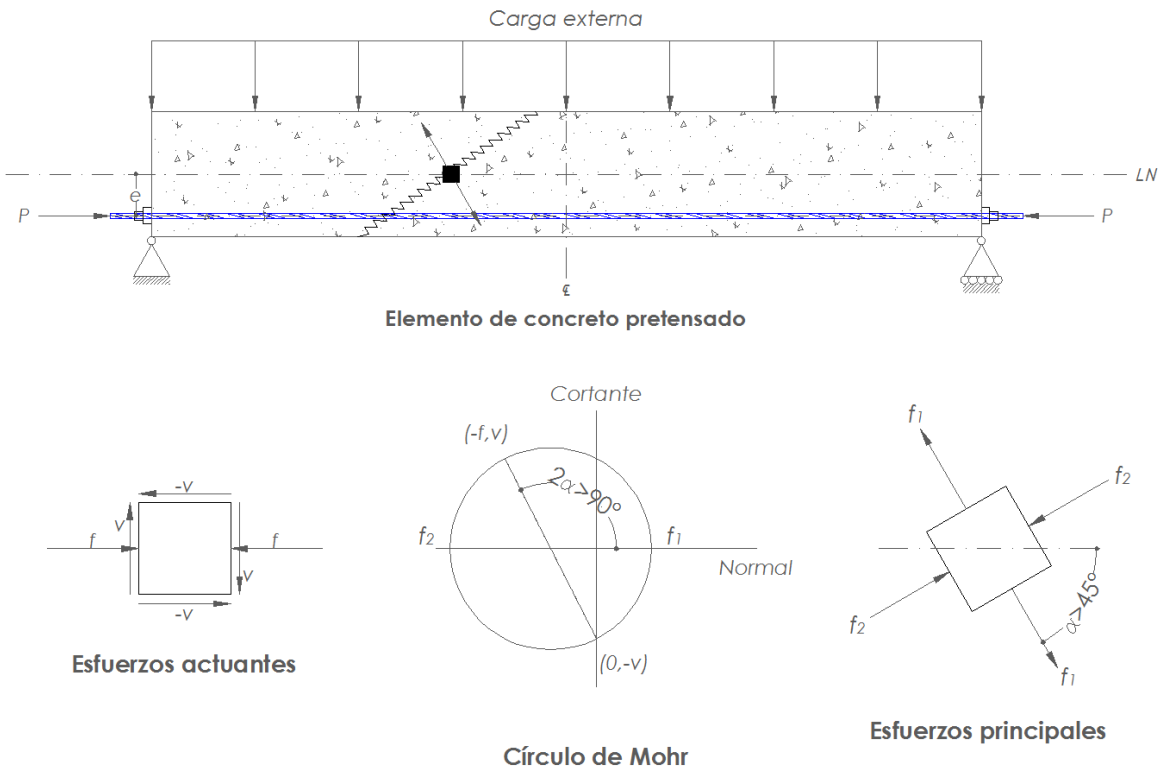


Figura 3.4: Estado de esfuerzos en un elemento de hormigón pretensado

Para el caso en el que el acero de presfuerzo tiene una inclinación con respecto al eje longitudinal de la viga, la fuerza pretensora presenta una componente horizontal y vertical. Esta última ayuda a contrarrestar la cortante producida por las cargas externas. Generalmente esta contribución dada por el acero pretensado se desprecia de una manera conservadora y para nuestro caso, donde el acero de pretensado es paralelo al eje del elemento, es nula.

La distribución del esfuerzo cortante varía según el peralte de la sección a considerarse tal como indica implícitamente la *ecuación 3.1*. A continuación se muestran 3 secciones de vigas de hormigón y las distribuciones del esfuerzo cortante en cada una de ellas. Es notable una variación en el esfuerzo cortante entre la transición del patín y el alma, debido al cambio en el ancho de la sección.

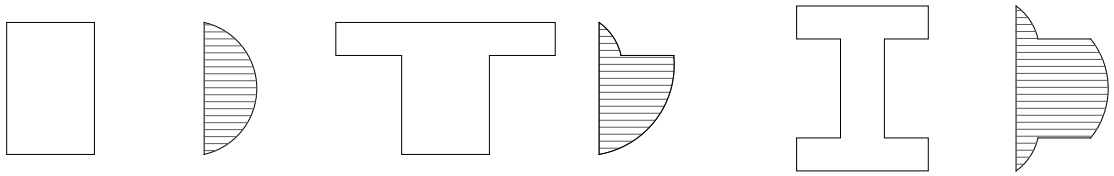


Figura 3.5: Distribución de esfuerzos cortantes para distintas secciones

Según [1], para el caso de la viga I el esfuerzo cortante máximo no se ubicará en el centroide de la sección sino más bien en el punto de unión entre el alma y el patín inferior debido a que en este punto la compresión longitudinal se reducirá por el efecto de las cargas externas. Además se estima que la ubicación crítica de la tensión diagonal se encuentra en los cuartos de la luz del elemento y no en los apoyos.

Si analizamos un elemento de hormigón que no contiene acero para resistir el corte y que es sometido a fuertes momentos flectores, se producirán en él grietas perpendiculares a su eje denominadas *grietas por flexión*. Si además de los fuertes momentos existen también fuertes cortantes, se desarrollarán grietas inclinadas a partir de las grietas por flexión denominadas *grietas por flexión cortante* que generalmente ocurren en el tercio del vano de la viga. Al no contar con refuerzo a cortante la grieta se extenderá hacia las fibras superiores disminuyendo la superficie sometida a compresión lo que provoca una *falla por compresión cortante*.

Otro tipo de falla que se produce en las vigas son las *grietas por cortante en el alma,* que se inician repentinamente en el alma de la sección sin que ocurra antes una grieta por flexión. Generalmente ocurren cerca de los apoyos, tal como se puede ver en la *Figura 3.6*. La falla que se produce por grietas por cortante en el alma es más violenta que la falla por flexión cortante.

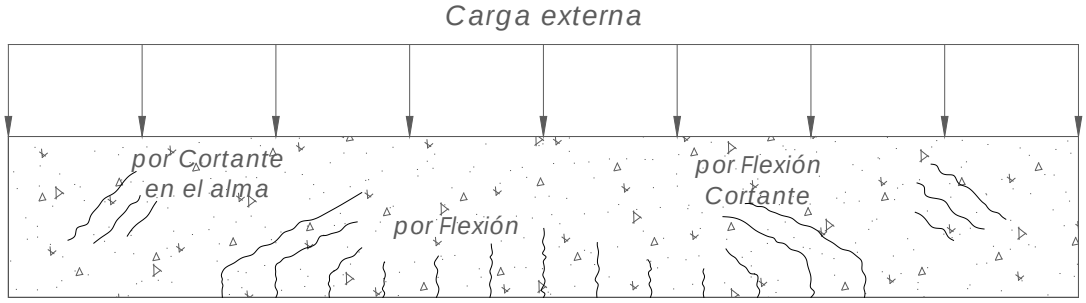


Figura 3.6: Tipos de grietas

3.2. COMPORTAMIENTO EN LAS DIFERENTES ETAPAS DEL HORMIGÓN PRETENSADO

En la sección anterior se indicó 2 etapas principales del diseño de un elemento de hormigón pretensado, al cortar los cables transmitiendo la fuerza de presfuerzo y al aplicar al elemento las cargas de servicio. Cabe indicar que es muy posible que para ciertas etapas se requiera un refuerzo de acero que para las demás etapas no sea necesario, como por ejemplo, el acero para resistir la tracción en las fibras superiores en el centro del vano de una viga simplemente apoyada al momento de destensar los cables no será o será muy poco útil para resistir las cargas de servicio.

A continuación se indican las etapas que se deben tener en cuenta para el diseño de un elemento de hormigón pretensado, las cuales seguidamente se estudiarán una a una:

- Diseño al destensar el elemento
- Diseño al colocar una carga muerta sobre el elemento
- Diseño por cargas de servicio (elástico) a flexión
- Diseño última resistencia a flexión
- Diseño última resistencia a cortante

DISEÑO AL DESTENSAR EL ELEMENTO

Al cortar el acero pretensado, la fuerza de tensado pasa al elemento estructural a través de la adherencia de los cables con el hormigón, produciendo que las fibras inferiores del elemento se compriman y las superiores se tensionen obteniéndose esfuerzos f_{Inf} y f_{Sup} respectivamente, tal como se indica en la *Figura 3.7*. Estos esfuerzos deben ser menores que los máximos esfuerzos permitidos que establecen los códigos de construcción, como el del ACI.

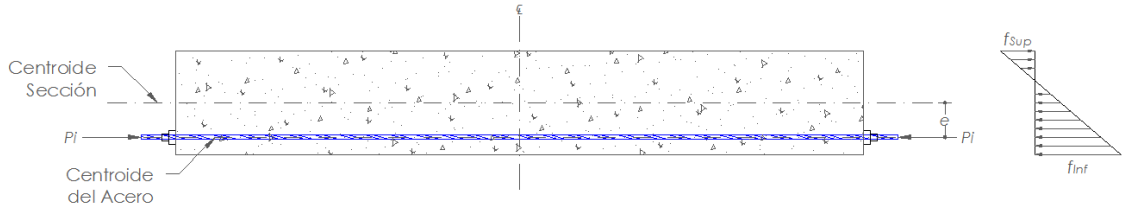


Figura 3.7: Esfuerzos al destensar el elemento

Para calcular los esfuerzos que actúan en las fibras extremas del elemento de hormigón partimos de la fórmula básica de flexión:

$$\boldsymbol{f = \frac{N}{A} \pm \frac{M \cdot c}{I}} \qquad \textbf{3.2}$$

En este caso, como el esfuerzo en las fibras inferiores es de compresión el momento flector tiene signo negativo:

$$\boldsymbol{f_{Inf} = \frac{N}{A} - \frac{M \cdot c}{I}}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i \cdot e \cdot c_{Inf}}{I}}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf} \cdot A}{I}\right)}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)} \qquad \textbf{3.3}$$

De igual manera se procede para f_{Sup} obteniendo:

$$\boldsymbol{f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right)} \qquad \textbf{3.4}$$

Para las *ecuaciones 3.3 y 3.4,* c_{Inf} y c_{Sup} son las distancias desde el centroide de la sección hasta las fibras inferiores y superiores respectivamente, A es el área de la sección del elemento y r^2 su radio de giro al cuadrado.

Ahora, si consideramos el efecto del peso propio del elemento, tal como se muestra en la *Figura 3.8*, tenemos que:

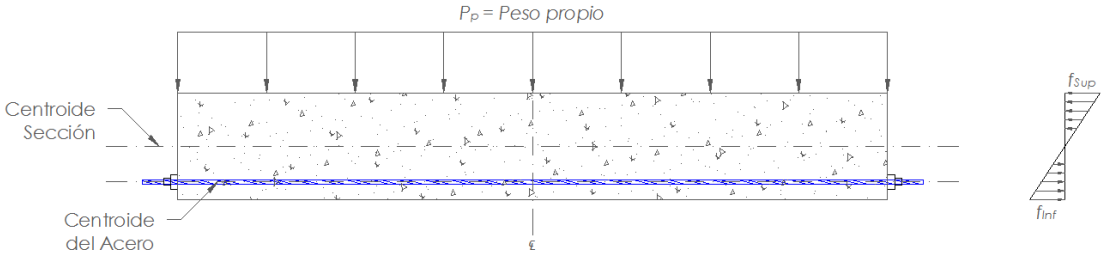


Figura 3.8: Esfuerzos debidos al peso propio del elemento

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{M_o}{Z_{Inf}} \qquad 3.5$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{M_o}{Z_{Sup}} \qquad 3.6$$

Donde Z_{Inf} y Z_{Sup} son los módulos resistentes de la sección en las fibras inferiores y superiores respectivamente, M_o es el momento debido al peso propio del elemento en la sección crítica, es decir donde se produce el mayor momento flector, que resulta ser en el centro del vano para elementos simplemente apoyados con carga uniformemente repartida.

Los códigos constructivos establecen límites máximos para los esfuerzos en las fibras del hormigón. Dichos límites se establecen en la *Tabla 3.1*, sobre los cuales se regirá el diseño estructural del presente documento.

Tabla 3.1: Esfuerzos máximos permisibles especificados por el ACI

Esfuerzos máximos permisibles al aplicar la fuerza de presfuerzo (Kg/cm^2)		
Ubicación	***Extremos del elemento***	***Otras secciones***
Tracción	$1,6\sqrt{f'_{ci}}$	$0,8\sqrt{f'_{ci}}$
Compresión	$0,7f'_{ci}$	$0,6f'_{ci}$

Estas limitaciones controlarán el diseño de la actual y siguiente etapa. Es muy común que los esfuerzos reales que ocurren en el hormigón superen estos límites, principalmente los de tracción en las fibras superiores. Una manera de controlar estos esfuerzos excesivos es mediante la colocación de acero corrugado o acero no presforzado en las secciones críticas donde se sobrepasen los esfuerzos permitidos, para que este absorba las tracciones que no lo puede realizar el hormigón.

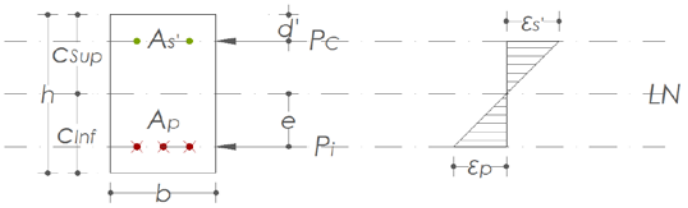


Figura 3.9: Compatibilidad de deformaciones para una sección con acero para absorber la tracción

La fuerza P_C es aquella que ayuda a contrarrestar los esfuerzos de tracción en las fibras superiores del elemento de hormigón. La magnitud de P_C se obtiene mediante la compatibilidad de deformaciones mostrada en la *Figura 3.9*, calculando la deformación $\varepsilon_s{}'$ y multiplicándola por el módulo de elasticidad del acero E_s para obtener el esfuerzo del acero $f_s{}'$, el cual debe ser menor o igual a $4200\ Kg/cm^2$ para aceros corrugados. Finalmente se obtiene P_C al multiplicar $f_s{}'$ por el área de acero dispuesta a cubrir el esfuerzo excesivo presente en el hormigón. Entonces, básicamente dando una cantidad de acero determinada podemos cubrir el exceso de esfuerzo, el cual debe hacer que el valor del esfuerzo sea menor que el límite dado por el ACI.

Con lo indicado anteriormente, en base a la *Figura 3.9 y Figura 3.10*, y con el mismo concepto con el que se obtuvo las *ecuaciones 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6* tenemos las siguientes expresiones:

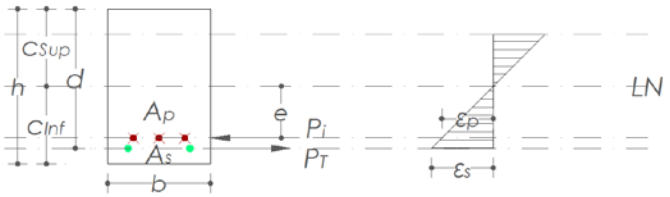


Figura 3.10: Compatibilidad de deformaciones para una sección con acero para absorber la compresión

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -\frac{P_i}{A}\cdot\left(1+\frac{e\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)+\frac{P_T}{A}\cdot\left(1+\frac{(d-c_{Sup})\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)} \qquad \textbf{3.7}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = -\frac{P_i}{A}\cdot\left(1-\frac{e\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)-\frac{P_C}{A}\cdot\left(1+\frac{(c_{Sup}-d')\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)} \qquad \textbf{3.8}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -\frac{P_i}{A}\cdot\left(1+\frac{e\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)+\frac{P_T}{A}\cdot\left(1+\frac{(d-c_{Sup})\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)+\frac{M_o}{Z_{Inf}}} \qquad \textbf{3.9}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{P_C}{A} \cdot \left(1 + \frac{(c_{Sup} - d') \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{M_o}{Z_{Sup}} \qquad \textbf{3.10}$$

Las *ecuaciones 3.7 y 3.8* son válidas para los esfuerzos que ocurren en el hormigón en los extremos del elemento, mientras que las *ecuaciones 3.9 y 3.10* son válidas para la sección donde ocurre el máximo momento debido al peso propio, es decir en el centro del vano. Obviamente para el caso donde no se use acero para resistir los esfuerzos excesivos en el hormigón, P_T y P_C son cero y las expresiones dadas últimamente se convierten en las *ecuaciones 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6*.

Como se indicó antes, es muy común que las fibras superiores del hormigón que están sometidas a tracción sobrepasen el esfuerzo máximo permitido siendo necesario colocar acero para absorber el exceso, sin embargo la cantidad de acero necesario puede ser bastante elevada traduciéndose esto en costos altos. Una manera económica y muy usada es evitar el contacto entre cierta cantidad de acero presforzado y el hormigón, así provocando que la magnitud de P_i sea menor lo que reduce los esfuerzos excesivos en el hormigón. Como se sabe, en elementos isostáticos el mayor momento se produce en el centro del vano mientras que en los extremos es cero, por tal razón el evitar el contacto entre los dos materiales debe hacerse únicamente en los extremos, y es solamente en los extremos donde se puede disminuir o eliminar la fuerza de pretensado.

Para evitar el contacto entre el acero presforzado y el hormigón se reviste dicho acero con un material que impida la transferencia de esfuerzos. Este material de revestimiento generalmente es manguera de politubo. El término comúnmente usado para este proceso es *forrar* el acero (cuyo equivalente en inglés es *sheath*).

La norma AASHTO establece límites para el máximo número de torones forrados, los cuales se muestran a continuación:

- No mayor al $25\ \%$ del total de torones existentes en la sección
- No mayor al $40\ \%$ de total de los torones existentes en una misma fila

Un criterio personal de [4] indica que para edificaciones, la cantidad de torones forrados puede llegar a ser hasta el $50\ \%$ del total debido a que para este caso existen menos cargas que para puentes.

DISEÑO AL COLOCAR UNA CARGA MUERTA SOBRE EL ELEMENTO

Es muy común que en elementos pretensados prefabricados se coloque sobre ellos una chapa de hormigón con la finalidad de formar una losa compacta entre los elementos, como es el caso de las vigas de un puente como se indica en la

Figura 3.11, pasando a trabajar como un solo elemento luego del endurecimiento del hormigón de la losa.

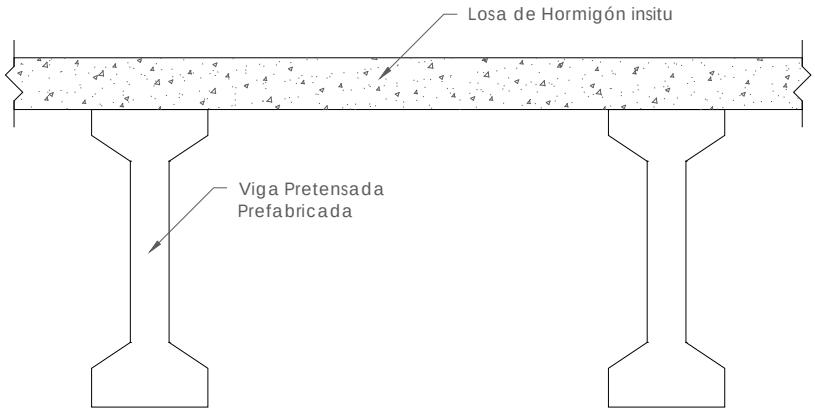


Figura 3.11: Losa hormigonada insitu en elementos pretensados

La losa de hormigón superior también ayuda a controlar la contraflecha (o *camber*) que por lo general siempre ocurre en elementos pretensados. Esta chapa de hormigón permite nivelar la superficie horizontal tal como se muestra en la *Figura 3.12*, donde se nota claramente un espesor mayor de la chapa en los extremos del elemento en comparación al del centro.

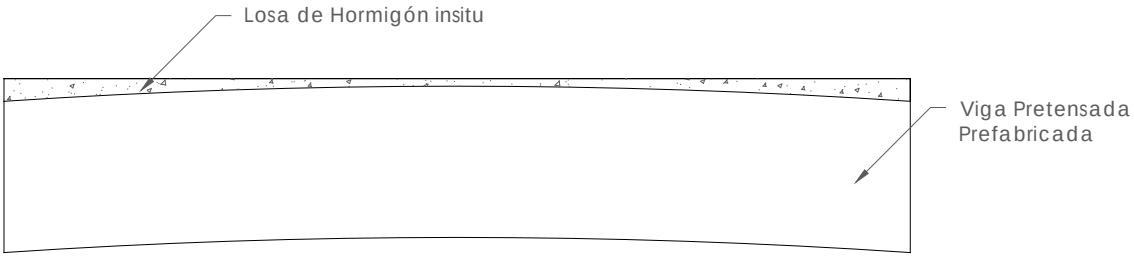


Figura 3.12: Losa hormigonada insitu para nivelar la superficie

Esta losa hormigonada insitu por lo general es soportada directamente por el elemento de hormigón pretensado, es decir sin utilizar apuntalamientos de soporte, por lo tanto se producen nuevos esfuerzos en las fibras inferiores y superiores del elemento, pero también provee de nuevas propiedades geométricas a la sección del elemento de hormigón, mejorando su comportamiento. Por lo general la losa que se hormigona en sitio se construye usando un hormigón de una resistencia a la compresión f_c' más baja que la del elemento pretensado, por

lo tanto se debe considerar en el cálculo de las propiedades de la nueva sección esta diferencia mediante la relación entre los módulos de Elasticidad $n = E_c/E_p$. Otra consideración muy importante a tomar en cuenta es el ancho efectivo del ala de la losa que participa en la sección, como indica la *Figura 3.13*, que según el ACI debe tomarse como:

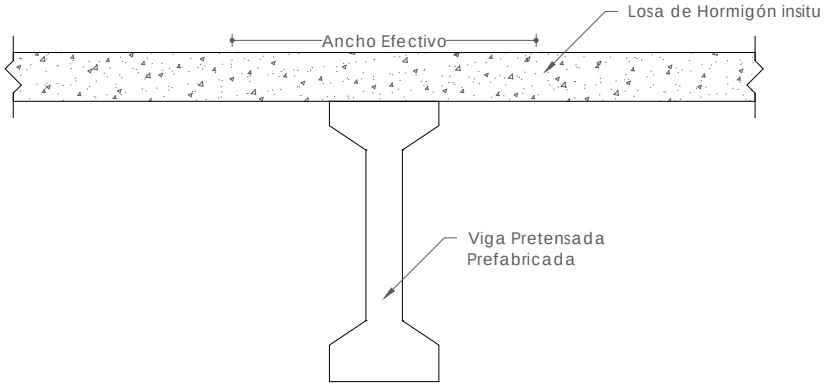


Figura 3.13: Ancho efectivo de una viga de sección compuesta

- No mayor a $1/4$ de la luz de la viga y el ancho sobresaliente de cada lado del alma no debe exceder el menor entre: 8 veces el espesor de la losa o la mitad de la distancia libre a la siguiente viga. Para vigas con losa a un solo lado, el ancho sobresaliente del alma debe ser el menor entre: $1/12$ de la luz de la viga, 6 veces el espesor de la losa o la mitad de la distancia libre a la siguiente viga.

Para el caso donde la losa hormigonada insitu es apuntalada, el peso de ésta es soportado por los puntales más no por el elemento, es decir no le producen nuevos esfuerzos en las fibras extremas sino hasta que se retiren los puntales, pero hasta ese entonces la viga actuará como un elemento compuesto por un ala extra provista por losa de hormigón.

Si suponemos que la totalidad de las pérdidas de presfuerzo ya han ocurrido en el acero, los esfuerzos de las fibras extremas del elemento en el centro de éste debido a la colocación de una chapa de hormigón sin apuntalamiento, tal como se indica en la *Figura 3.14*, se calculan con las expresiones siguientes, obtenidas a partir de las *ecuaciones 3.5 y 3.6*:

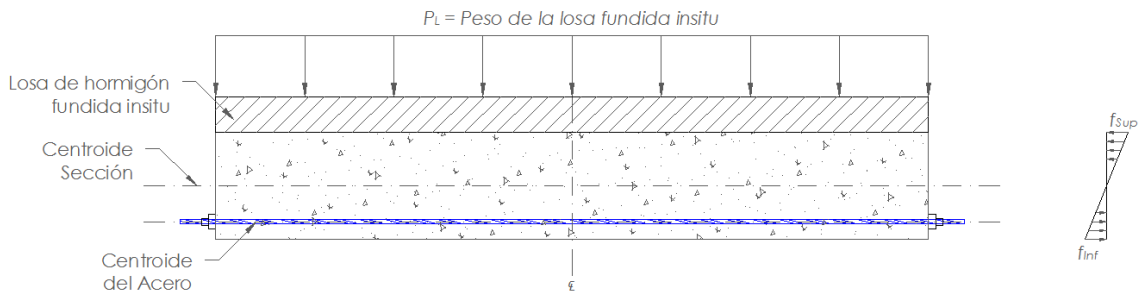


Figura 3.14: Esfuerzos debidos a la colocación de una chapa de hormigón sin apuntalamiento

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{M_o + M_{losa}}{Z_{Inf}} \qquad 3.11$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_e}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{M_o + M_{losa}}{Z_{Sup}} \qquad 3.12$$

En donde M_{losa}es el momento debido al peso propio de la losa en el centro del vano del elemento y P_e la fuerza pretensora del acero luego de ocurrido las pérdidas. Es claramente visible que en caso de necesitar acero corrugado para absorber los esfuerzos excesivos en el hormigón, deberá ser incluido en las ecuaciones anteriores tal como se vio en la sección anterior.

Códigos constructivos limitan los esfuerzos máximos en las fibras extremas del elemento para el caso donde las pérdidas de presfuerzo ya han ocurrido. Dichas limitaciones se presentan en la *Tabla 3.2*:

Tabla 3.2: Esfuerzos máximos permisibles especificados por el ACI

Esfuerzos máximos permisibles bajo cargas de servicio (Kg/cm^2)	
Tracción	$2\sqrt{f'_c}$
Compresión	$0,45f'_c$

DISEÑO POR CARGAS DE SERVICIO (ELÁSTICO) A FLEXIÓN

En el presente diseño, luego de haberse colocado una losa de hormigón sobre el elemento pretensado, las propiedades geométricas del elemento cambian debido

al aporte de la losa. Dicho cambio mejora las propiedades del elemento siendo necesario calcularlas. El diseño por cargas de servicio se caracteriza por utilizar la sección sin agrietarse, es decir los materiales se encuentran dentro del rango elástico y las cargas que actúan se consideran sin ninguna mayoración, de esta manera se controlan las deflexiones. Entonces tenemos que para esta etapa de diseño actúan las cargas de servicio C_S, que son las cargas muertas C_M más las vivas C_V.

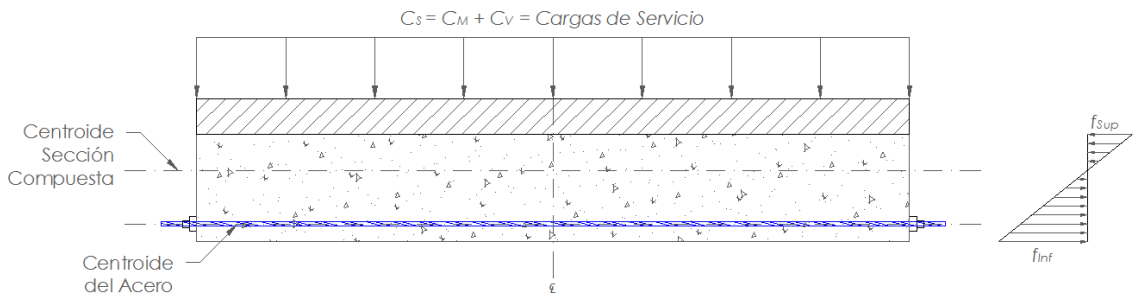


Figura 3.15: Esfuerzos debidos a la acción de las cargas de servicio

Se puede calcular los esfuerzos que ocurren en la sección crítica de una viga simplemente apoyada en donde actúan las cargas de servicio, caso ilustrado en la *Figura 3.15*, mediante expresiones siguientes obtenidas a través de las *ecuaciones 3.11 y 3.12*:

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A}\cdot\left(1+\frac{e\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)+\frac{M_o+M_{losa}}{Z_{Inf}}+\frac{M_S}{Z_{c\,Inf}} \qquad \textbf{3.13}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_e}{A}\cdot\left(1-\frac{e\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)-\frac{M_o+M_{losa}}{Z_{Sup}}-\frac{M_S}{Z_{c\,Sup}} \qquad \textbf{3.14}$$

Para las ecuaciones anteriores, $Z_{c\,Inf}$ y $Z_{c\,Sup}$ representa los módulos resistentes de la sección compuesta con respecto a las fibras inferiores y superiores del elemento prefabricado. Los esfuerzos resultantes de las ecuaciones anteriores se comparan con los máximos permisibles decidiendo a partir de esto si el diseño es satisfactorio o no.

DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A FLEXIÓN

Básicamente el diseño última resistencia consiste en aplicar factores de mayoración a las cargas aplicadas y por el contrario, factores de reducción de capacidad a las resistencias nominales de los materiales, de esta forma se

garantiza la resistencia del elemento cuando actúan cargas límites. En este diseño siempre se debe cumplir la siguiente relación, $\emptyset R_n \geq R_u$ donde $\emptyset$ es el factor de reducción de capacidad, R_n es la resistencia nominal y R_u es la carga última aplicada.

El valor de $\emptyset$ depende del tipo de elemento que se diseñe y de su gravedad en la consecuencia de falla en relación a toda la estructura. El ACI establece valores de $\emptyset$ tal como se indica en la *Tabla 3.3*:

Tabla 3.3: Factores de reducción de capacidad establecidos por el ACI

Factores de reducción de capacidad Ø		
Elementos sometidos a		
Tracción	0.9	
Flexión	0.9	
Flexocompresión	*espiral* 0.75	*estribos* 0.65
Cortante	0.75	

Por otro lado, los factores de mayoración de carga, igualmente establecidos por el ACI, involucran distintos estados de carga con distintos factores para cada uno de ellos. Estos factores se podrán encontrar en el *capítulo 9* de la *referencia* [5].

Entonces el diseño a flexión de un elemento debe cumplir la siguiente expresión:

$$\emptyset \boldsymbol{M_n} \geq \boldsymbol{M_u} \qquad \textbf{3.15}$$

Siendo M_n el momento nominal de la sección del elemento y M_u el momento último aplicado.

La obtención de $M_n$se lo puede realizar según lo establece el ACI, partiendo de hipótesis básicas como:

- La distribución de las deformaciones se considera lineal, es decir que las secciones planas permanecen planas después de la de formación (*principio de Navier*).

- Existe una adherencia perfecta entre el acero y el hormigón, lo que provoca que las deformaciones en la superficie de contacto entre estos materiales sean las mismas.
- El hormigón resiste muy poco a tracción, por tal motivo se desprecia su aporte en el diseño a flexión y el acero es destinado a absorber todo la tracción.
- La deformación máxima permisible en el hormigón en la fibra a compresión se establece en un valor de $\varepsilon_c = 0.003$.

Al aplicarse las cargas de servicio sobre el elemento, las fibras superiores de la sección empiezan a comprimirse mostrando una distribución de esfuerzos parabólica. El ACI permite usar un método alternativo para disminuir la complejidad del cálculo sin perder precisión, el *bloque rectangular equivalente*, que es el mismo que se usa en el hormigón armado, tal como se muestra en la *Figura 3.16*:

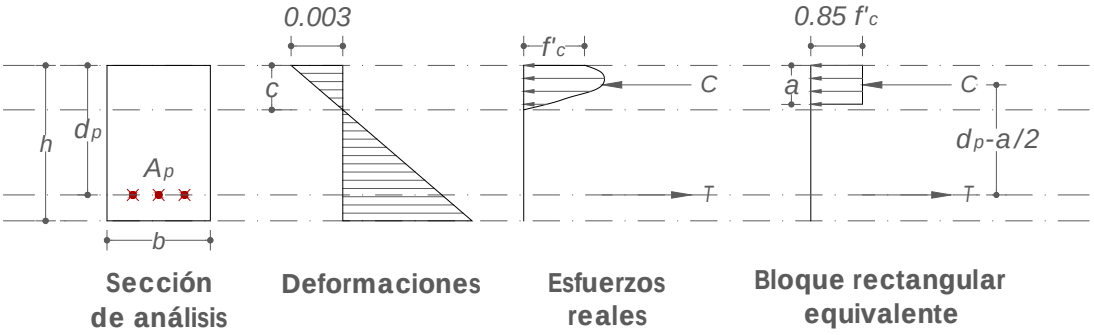


Figura 3.16: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección rectangular con acero de presfuerzo

La relación que existe entre la distribución real de esfuerzos a compresión y el bloque rectangular equivalente es la siguiente:

$$\boldsymbol{a = \beta_1 \cdot c} \qquad \textbf{3.16}$$

El valor de β_1 está en función del valor de la resistencia a compresión del hormigón del elemento en estudio, según la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\beta_1 = 0.85 - 0.05 \cdot \frac{f'_c - 280}{70}} \qquad \textbf{3.17}$$

Para resistencias del hormigón $f_c' \leq 280\ Kg/cm^2$, β_1 toma el valor de 0.85. Además, β_1 no puede ser menor que 0.65.

Partiendo del equilibrio de fuerzas horizontales tenemos:

$$\boldsymbol{C = T}$$

$$\boldsymbol{0.85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b = A_p \cdot f_{ps}}$$

$$\boldsymbol{a = \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f_c' \cdot b}} \qquad \textbf{3.18}$$

Si calculamos el momento que ejercen estas fuerzas horizontales con respecto al centroide del acero de presfuerzo tenemos:

$$\boldsymbol{M_n = C \cdot (d_p - a/2)}$$

$$\boldsymbol{M_n = 0.85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b \cdot (d_p - a/2)} \qquad \textbf{3.19}$$

De igual manera, si el momento se calcula con respecto al punto de aplicación de la fuerza de compresión tenemos:

$$\boldsymbol{M_n = A_p \cdot f_{ps} \cdot (d_p - a/2)} \qquad \textbf{3.20}$$

El momento nominal puede calcularse con cualquiera de las *ecuaciones 3.19 o 3.20*, para las cuales el valor de a se lo obtiene de la *ecuación 3.18*. Cabe aclarar que f_{ps} es el esfuerzo nominal del acero de presfuerzo cuando la sección ha llegado al momento último y se lo puede calcular mediante compatibilidad de deformaciones, sin embargo el código ACI establece una ecuación que da resultados bastante precisos:

$$\boldsymbol{f_{ps} = f_{pu} \cdot \left\{1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f_c'} + \frac{d}{d_p} \cdot (\omega - \omega')\right]\right\}} \qquad \textbf{3.21}$$

La ecuación anterior es válida para el caso en que $f_{pe} \geq 0.5 \cdot f_{pu}$. Los términos de la ecuación se muestran a continuación:

$$\boldsymbol{\gamma_p = \begin{cases} 0.55\ para\ {f_{py}}/{f_{pu}} \geq 0.80 \\ 0.40\ para\ {f_{py}}/{f_{pu}} \geq 0.85 \\ 0.28\ para\ {f_{py}}/{f_{pu}} \geq 0.90 \end{cases}}$$: Factor por tipo de acero de presfuerzo

$\boldsymbol{\rho_p} = {\boldsymbol{A_p}}/{\boldsymbol{b \cdot d_p}}$: Cuantía de la sección del acero de presfuerzo

$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\rho} \cdot {\boldsymbol{f_y}}/{\boldsymbol{f'_c}} = {\boldsymbol{A_s}}/{\boldsymbol{b \cdot d_p}} \cdot {\boldsymbol{f_y}}/{\boldsymbol{f'_c}}$: Índice de refuerzo a tracción

$\boldsymbol{\omega'} = \boldsymbol{\rho'} \cdot {\boldsymbol{f_y}}/{\boldsymbol{f'_c}} = {\boldsymbol{A'_s}}/{\boldsymbol{b \cdot d_p}} \cdot {\boldsymbol{f_y}}/{\boldsymbol{f'_c}}$: Índice de refuerzo a compresión

Si se toma en cuenta el acero a compresión para calcular f_{ps}, se debe cumplir que $\left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (\omega - \omega')\right] \geq 0.17$ y que $d' \leq 0.15 \cdot d_p$.

Si además en el elemento se coloca ya sea acero de tracción A_s o acero de compresión A'_s, el sistema equivalente sería como el que se ilustra en la *Figura 3.17*:

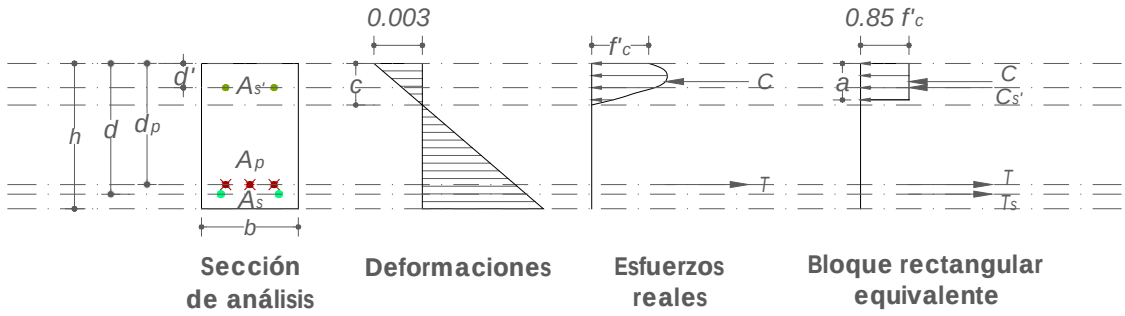


Figura 3.17: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección rectangular con acero de presfuerzo y corrugado

Del diagrama anterior, a partir del equilibrio de fuerzas horizontales tenemos:

$$\boldsymbol{C + C'_s = T + T_s}$$

$$\boldsymbol{0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b + A'_s \cdot f_y = A_p \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y}$$

$$\boldsymbol{a = \frac{A_p \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - A'_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b}} \qquad \textbf{3.22}$$

Multiplicando cada fuerza por su respectivo brazo de palanca con respecto al centroide del acero de presfuerzo tenemos:

$$\boldsymbol{M_n = C \cdot (d_p - a/2) + C'_s \cdot (d_p - d') + T_s \cdot (d - d_p)}$$

$$M_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \cdot (d_p - a/2) + A'_s \cdot f_y \cdot (d_p - d') + A_s \cdot f_y \cdot (d - d_p) \quad \textbf{3.23}$$

Si calculamos el momento con respecto al punto de aplicación de la fuerza de compresión obtenemos:

$$M_n = A_p \cdot f_{ps} \cdot (d_p - a/2) + A'_s \cdot f_y \cdot (a/2 - d') + A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2) \quad \textbf{3.24}$$

Cualquiera de las dos últimas ecuaciones son válidas para el cálculo del momento de una sección con acero de presfuerzo y acero corrugado en la zona de tracción y compresión. Obviamente si se omite colocar ya sea acero de tracción o compresión, A_s o A'_s serán cero respectivamente.

Las ecuaciones anteriores son válidas para el caso en que la zona a compresión es rectangular, sin embargo esto no siempre ocurre, como es el caso de las *vigas T*.

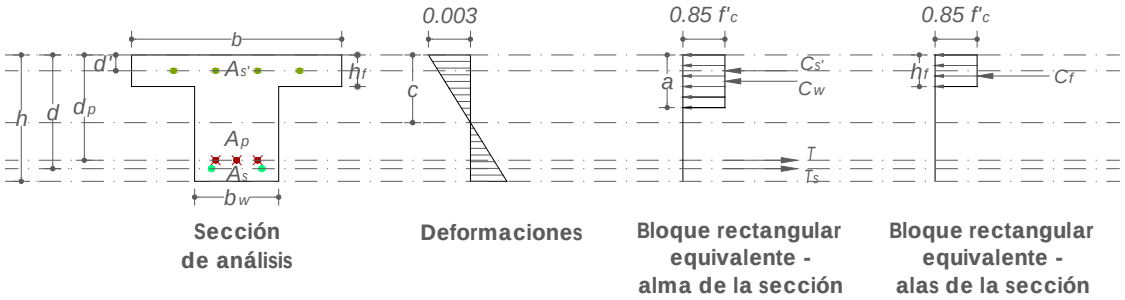


Figura 3.18: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección T con acero de presfuerzo y corrugado

Si procedemos de manera similar que para una sección rectangular tenemos:

$$C_w + C_f + C'_s = T + T_s$$

$$0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b_w + 0.85 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b - b_w) + A'_s \cdot f_y = A_p \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y$$

$$a = \frac{A_p \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - 0.85 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b - b_w) - A'_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b_w} \quad \textbf{3.25}$$

Ahora calculando el momento con respecto al centroide del acero de presfuerzo tenemos:

$$M_n = C_w \cdot (d_p - a/2) + C_f \cdot (d_p - h_f/2) + C'_s \cdot (d_p - d') + T_s \cdot (d - d_p)$$

$$\boldsymbol{M_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b_w \cdot (d_p - a/2) + 0.85 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b - b_w) \cdot (d_p - h_f/2) + A'_s \cdot f_y \cdot (d_p - d') + A_s \cdot f_y \cdot (d - d_p)} \quad \textbf{3.26}$$

Para las ecuaciones anteriores en las que se involucra acero de tracción o compresión, se supone que el valor de f_y ha alcanzado el límite de fluencia. Lo ideal sería calcular el valor real de f_y por medio de la compatibilidad de deformaciones, sin embargo lo más seguro es que el acero corrugado esté fluyendo o en el peor de los casos muy cerca de su fluencia, debido a que la sección está en su etapa de momento último, por tal razón esa suposición es correcta.

Como en todo diseño de hormigón, existe un rango que controla la cantidad de acero utilizado en sección. El utilizar mucho refuerzo, es decir cuando la sección esta *sobrereforzada*, provoca que la falla del elemento ocurra de manera frágil y abrupta. Por el contrario, cuando la sección tiene muy poco refuerzo se dice que es *subreforzada* y la falla puede ocurrir a bajos niveles de carga.

Según lo indicado se concluye que el acero mínimo que debe tener la sección es aquel que haga cumplir la relación $\emptyset M_n \geq M_u$ y además:

$$\boldsymbol{\emptyset M_n \geq 1.2 \cdot M_{cr}} \quad \textbf{3.27}$$

Donde M_{cr} es el momento flector al cual se produce la fisuración de la sección. Debido a que antes del punto de fisuración la sección se encuentra dentro del rango elástico, a partir de la *ecuación 3.11* tenemos:

$$\boldsymbol{f_r = -\frac{P_e}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{M_{cr}}{Z_{Inf}}} \quad \textbf{3.28}$$

Siendo f_r el módulo de ruptura del hormigón, tal como se vio en el *capítulo 2*. Si despejamos M_{cr} de la ecuación anterior tenemos:

$$\boldsymbol{M_{cr} = f_r \cdot Z_{Inf} + \frac{P_e}{A} \cdot Z_{Inf} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)}$$

$$\boldsymbol{M_{cr} = f_r \cdot Z_{Inf} + \frac{P_e}{A} \cdot \frac{I}{c_{Inf}} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)}$$

$$\boldsymbol{M_{cr} = f_r \cdot Z_{Inf} + P_e \cdot \frac{r^2}{c_{Inf}} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)}$$

$$\boldsymbol{M_{cr} = f_r \cdot Z_{Inf} + P_e \cdot \left(\frac{r^2}{c_{Inf}} + e\right)} \quad \textbf{3.29}$$

El utilizar este límite inferior en la cantidad de refuerzo permite prevenir la formación de grietas en el elemento y su posterior falla. Para el caso en que la resistencia del elemento es al menos el doble de la requerida por las fuerzas actuantes, el uso de la *ecuación 3.27* se desprecia.

Ahora, para controlar la cantidad de acero máximo en la sección, el ACI limita el porcentaje de refuerzo ω_p menor a $0.32\beta_1$:

$$\boldsymbol{\omega_p = \rho_p \cdot \frac{f_{ps}}{f'_c} \leq 0.32\beta_1} \qquad \textbf{3.30}$$

La ecuación anterior implica asegurar que la deformación del acero en el extremo a tracción sea mayor o igual a 0.005. Al igual que en el hormigón armado, se procura que la falla sea por tracción ya que de esta forma el elemento presentará fisuras y grandes deflexiones capaces de advertir antes de un colapso.

En este punto vale aclarar la diferencia entre dos términos bastantes nombrados en el hormigón pretensado: *presfuerzo parcial y presfuerzo total*. Cuando un hormigón se diseña de manera que los esfuerzos de tracción sean nulos en toda la sección, evitando que se produzcan grietas, se dice que está sometido a un presfuerzo total, lo cual es muy útil en estructuras sumergidas o reservorios donde es indispensable evitar las fugas. Por otro lado, cuando el diseño del elemento permite ciertos esfuerzos de tracción se dice que está sometido a un presfuerzo parcial, lo que puede mejorar el comportamiento del elemento usando secciones de menor dimensión y disminuir su costo de construcción.

DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A CORTANTE

La ventaja que proporciona el pretensado en la resistencia a cortante es bastante considerable, cuyo efecto se debe básicamente a la fuerza de compresión del acero lo que produce una reducción en los esfuerzos de flexión aminorando el agrietamiento. Al comparar con un elemento armado se determina que en este último los esfuerzos cortantes son de mayor magnitud, pero las ecuaciones usadas para el cálculo son básicamente las mismas.

Para continuar con el diseño es necesario conocer cuál de las fallas de cortante es la crítica: *flexión cortante o cortante en el alma*. Analizando el primer tipo de falla, los estudios muestran que esta grieta tiene una proyección horizontal por lo menos igual al peralte efectivo d_p y además presenta la formación de una segunda grieta a una distancia $d_p/2$ desde la primera grieta a flexión que es la que origina la falla, tal como se muestra en la *Figura 3.19*.

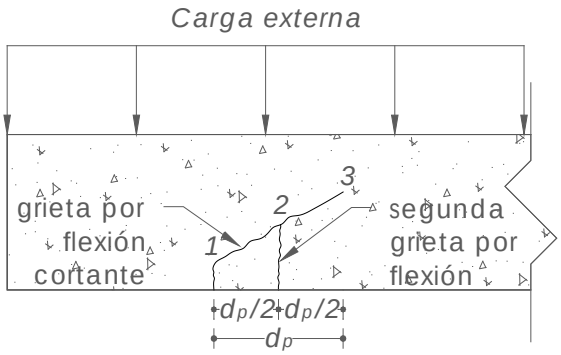


Figura 3.19: Grietas producidas por Flexión Cortante

Si se conoce que la grieta por flexión se desarrolla cuando el hormigón llega al punto de fisuración tenemos que la variación de los momentos flectores entre el punto 2 y 3 es:

$$\boldsymbol{M - M_{cr} = \frac{V + V_{cr}}{2} \cdot \frac{d_p}{2}}$$

Como la variación de V_{cr} a V en una distancia tan pequeña $d_p/2$ es mínima, se puede asumir que:

$$\boldsymbol{M - M_{cr} = \frac{V \cdot d_p}{2}}$$

$$\boldsymbol{\frac{M_{cr}}{V} - \frac{M_{cr}}{V} = \frac{d_p}{2}}$$

$$\boldsymbol{\frac{M_{cr}}{V} = \frac{M}{V} - \frac{d_p}{2}}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{M_{cr}}{\frac{M}{V} - \frac{d_p}{2}}} \qquad \textbf{3.31}$$

La *ecuación 3.31* representa el cortante producida por las cargas actuantes (vivas y muertas) en el instante cuando se produce la grieta por flexión, que es lo mismo decir cuando la sección soporta el momento de fisuración debido a las cargas nombradas.

Estudios muestran que un cortante adicional es necesario para producir la grieta diagonal y si además de esto sumamos la acción del peso propio V_d, tenemos que la fuerza cortante que produce la falla por flexión cortante es:

$$\boldsymbol{V_{ci} = 0.16 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_p + \frac{M_{cr}}{\frac{M}{V} - \frac{d_p}{2}} + V_d} \qquad \textbf{3.32}$$

El valor de M_{cr} se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{M_{cr} = \frac{I}{c_{Inf}} \cdot 1.6 \cdot \sqrt{f'_c} + f_{ce} - f_d} \qquad \textbf{3.33}$$

Donde f_{ce} es el esfuerzo de compresión en la cara inferior de la sección que produce la fuerza de presfuerzo y f_d es el esfuerzo de flexión en la cara inferior producido por el peso propio. Puede notarse que se analiza por separado los cortantes producidos por el peso propio y aquellas producidos por las cargas sobrepuestas (vivas y muertas). Esto se debe a que el peso propio tiene una distribución de cargas lineal a diferencia de las cargas sobrepuestas que pueden tener cualquier tipo de distribución, pero guardan una relación constante M/V. Vale aclarar que los valores correspondientes a V_d y f_d deben ser obtenidos en base al peso propio del elemento sin mayorar, para así predecir el agrietamiento.

Ahora para el segundo tipo de falla, *cortante en el alma,* ocurre cuando el efecto de combinación entre flexión y cortante excede la capacidad máxima de tracción del hormigón. Por lo tanto se puede calcular a partir del esfuerzo principal en tracción cuyo valor es máximo en el centroide de la sección, entonces a partir del círculo de Mohr de la *Figura 3.4* tenemos:

$$\boldsymbol{f_{ct} = \sqrt{\left(\frac{f_{cp}}{2}\right)^2 + {v_{cw}}^2} - \frac{f_{cp}}{2}} \qquad \textbf{3.34}$$

Siendo f_{cp} el esfuerzo a compresión en el centroide de la sección producida por la fuerza efectiva de pretensado y v_{cw} el esfuerzo cortante en el alma de la sección debido a las cargas externas aplicadas. Despejando v_{cw} tenemos:

$$\boldsymbol{v_{cw} = f_{ct} \cdot \sqrt{1 + \frac{f_{cp}}{f_{ct}}}} \qquad \textbf{3.35}$$

De múltiples estudios se establece el valor de la resistencia del hormigón a tracción directa f_{ct} es $0.93 \cdot \sqrt{f'_c}$. Reemplazando este valor en la ecuación anterior tenemos:

$$\boldsymbol{v_{cw} = 0.93 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \sqrt{1 + \frac{f_{cp}}{0.93 \cdot \sqrt{f'_c}}}} \qquad \textbf{3.36}$$

La *ecuación 3.36* se puede simplificar en:

$$\boldsymbol{v_{cw} = 0.93 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot +0.3 \cdot f_{cp}} \qquad \textbf{3.37}$$

Entonces el valor del cortante se establece como:

$$\boldsymbol{V_{cw} = \left(0.93 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot +0.3 \cdot f_{cp}\right) \cdot b_w \cdot d_p} \qquad \textbf{3.38}$$

Una vez estudiados los dos posibles tipos de falla es necesario escoger el que será utilizado en el diseño, que debe ser el menor valor entre los cortantes V_{ci} y V_{cw}. Es necesario aclarar que los cálculos de la resistencia a cortante deben basarse en la sección prefabricada y no en la compuesta, debido a que la mayor parte de la resistencia a cortante es absorbida por el alma de la sección prefabricada.

El código ACI se basa en las ecuaciones dadas anteriormente, las cuales deben cumplir la siguiente relación:

$$\boldsymbol{\emptyset V_n \geq V_u} \qquad \textbf{3.39}$$

Donde V_n es la resistencia nominal y V_u la cortante última aplicada en el elemento. El valor de $\emptyset$ es aquel especificado en la *Tabla 3.3*. El valor de V_n es la suma de las contribuciones de resistencia a cortante del hormigón y el acero.

$$\boldsymbol{V_n = V_c + V_s} \qquad \textbf{3.40}$$

Como se indicó antes, el valor de V_c debe ser el menor entre V_{ci} y V_{cw}, sin embargo el ACI permite usar una expresión alterna siempre que $f_{pe} \geq 0.40 \cdot f_{pu}$.

$$\boldsymbol{V_c = \left(0.16 \cdot \sqrt{f'_c} + 49 \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u}\right) \cdot b_w \cdot d_p} \qquad \textbf{3.41}$$

El valor V_c dado por el ACI tiene los siguientes límites:

$$\boldsymbol{0.53 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_p \leq V_c \leq 1.33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_p}$$

Además el valor de $V_u \cdot d_p / M_u$ no debe tomarse mayor que 1. El valor de d_p, que es la profundidad desde las fibras a compresión hasta el centroide del acero de presfuerzo, no debe tomarse menor a $0.8 \cdot h$.

Por otro lado, la resistencia a cortante proporcionada por el acero es:

$$\boldsymbol{V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_p}{s}} \qquad \textbf{3.42}$$

Donde A_v es el área del acero destinado a resistir el corte y s la separación entre A_v. Para el caso donde se usan estribos de dos ramas para resistir el corte, A_v es el doble del área de la varilla del estribo.

Si consideramos el caso extremo de la *ecuación 3.39* tenemos:

$$\boldsymbol{\emptyset V_n = V_u}$$

$$\boldsymbol{\emptyset(V_c + V_s) = V_u}$$

$$\boldsymbol{V_s = \frac{V_u}{\emptyset} - V_c} \qquad \textbf{3.43}$$

La *ecuación 3.43* representa el cortante que debe ser absorbido por el acero para que la relación $\emptyset V_n \geq V_u$ se cumpla. Por lo tanto el acero que absorbe este cortante se lo puede obtener a partir de la *ecuación 3.42* despejando A_v.

$$\boldsymbol{A_v = \frac{V_s \cdot s}{f_y \cdot d_p}} \qquad \textbf{3.44}$$

La ecuación anterior permite ingresar el espaciamiento de los estribos y da como resultado el área del estribo a usarse, lo cual es bastante práctico en el diseño. Se debe tomar en cuenta el espaciamiento máximo permitido entre los estribos tal como se indica a continuación:

- La separación máxima s tiene que ser el menor entre $3/4 \cdot h$ o $60\ cm$.
- Los valores del inciso anterior se deben reducir a la mitad si $V_s > 1.1 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d_p$

Para el caso donde $V_u < 0.50 \cdot \emptyset V_c$ el código indica que no es necesario colocar acero para resistir el corte. Por el contrario, cuando $V_u > 0.50 \cdot \emptyset V_c$ es necesario colocar una mínima cantidad de acero según el mayor de las siguientes expresiones:

$$\boldsymbol{A_{v\,min} = \frac{3.5 \cdot b_w \cdot s}{f_y}} \qquad \textbf{3.45}$$

$$\boldsymbol{A_{v\,min} = \frac{0.2 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot s}{f_y}} \qquad \textbf{3.46}$$

$$\boldsymbol{A_{v\,min} = \frac{A_p \cdot f_{pu} \cdot s}{80 \cdot f_y \cdot d_p} \cdot \sqrt{\frac{d_p}{b_w}}} \qquad \textbf{3.47}$$

Además del cortante vertical ya analizado, es necesario estudiar el cortante horizontal para el caso donde se coloca una chapa de hormigón insitu sobre el elemento pretensado, es decir para los elementos compuestos. La magnitud del esfuerzo cortante horizontal tiene la misma magnitud del esfuerzo vertical, tal como se indicó en la *Figura 3.3* y *Figura 3.4*.

$$\boldsymbol{v_h = \frac{V}{b_v \cdot d_{pc}}} \qquad \textbf{3.48}$$

Siendo b_v el ancho de la superficie de contacto entre el elemento prefabricado y la losa hormigonada insitu y d_{pc} es la altura efectiva desde la fibra a compresión hasta el centroide del acero de presfuerzo de la sección compuesta. La ecuación anterior en términos del cortante nominal es:

$$\boldsymbol{v_{nh} = \frac{V_n}{b_v \cdot d_{pc}} = \frac{V_u}{\emptyset \cdot b_v \cdot d_{pc}}} \qquad \textbf{3.49}$$

Si denominamos V_{nh} a la cortante nominal horizontal tenemos que:

$$\boldsymbol{V_{nh} = v_{nh} \cdot b_v \cdot d_{pc}} \qquad \textbf{3.50}$$

El código ACI limita el valor de v_{nh} a $5.5\ Kg/cm^2$ cuando la superficie de contacto es dejada rugosa o subir a un valor de $35\ Kg/cm^2$ cuando se ha proporcionado un mínimo de estribos verticales que pasan hacia la losa hormigonada insitu y además se ha dejado la superficie rugosa. A partir de esto, el valor de V_{nh} es:

a. Cuando no se han proporcionado estribos verticales pero se ha dejado la superficie de contacto rugosa intencionalmente:

$$\boldsymbol{V_{nh} \leq 5.5 \cdot b_v \cdot d_{pc}}$$

b. Cuando se han proporcionado estribos verticales pero se no ha dejado la superficie de contacto rugosa:

$$\boldsymbol{V_{nh} \leq 5.5 \cdot b_v \cdot d_{pc}}$$

c. Cuando se han proporcionado estribos verticales y además se ha dejado la superficie de contacto rugosa intencionalmente con una amplitud mínima de $6\ mm$:

$$\boldsymbol{V_{nh} = \left(18 + 0.6 \cdot \rho_v \cdot f_y\right) \cdot b_v \cdot d_{pc} \leq 35 \cdot b_v \cdot d_{pc}}$$

d. Para el caso en que $V_u > \emptyset \cdot 35 \cdot b_v \cdot d_{pc}$, la teoría de cortante por fricción tiene que ser usada para determinar la cantidad de acero. En este caso, el acero es el encargado de tomar todo el cortante horizontal.

$$\boldsymbol{A_{vf} = \frac{V_u}{\emptyset \cdot f_y \cdot \mu}}$$

Donde μ es el coeficiente de fricción entre dos superficies que toma los siguientes valores:

Tabla 3.4: Coeficientes de fricción dados por el código ACI

Coeficiente de fricción μ

μ	***Caso***
1.4	*Losa fundida monolíticamente*
1.0	*Losa fundida insitu sobre superficie intencionalmente rugosa*
0.6	*Losa fundida insitu sobre superficie no intencionalmente rugosa*
0.7	*Losa anclada a acero estructural*

3.3. DEFLEXIONES EN ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

Ningún diseño de un elemento estructural está completo si no se calcula su deflexión. En elementos pretensados, debido a que por lo general son más esbeltos que los elementos armados, su luz es mayor y que los agrietamientos afectan de manera importante a los materiales y su funcionamiento, el control de las deflexiones es de vital importancia. La fuerza de presfuerzo, debido a su excentricidad, tiende a provocar una flecha hacia arriba o *camber,* como se muestra en la *Figura 3.20*, que se incrementa con el tiempo a causa del flujo plástico del hormigón. Este *camber* puede crear problemas muy serios en el funcionamiento y servicio de la estructura, por ejemplo el agrietamiento del material cerámico colocado en el piso.

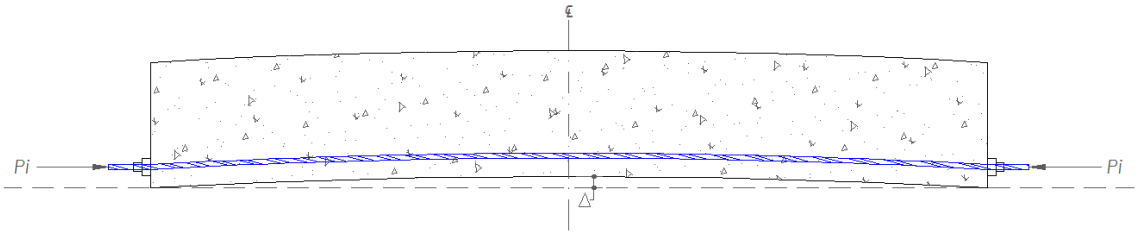


Figura 3.20: Camber producido por la fuerza de presfuerzo

La sección de un elemento presforzado se considera más rígida que una sección de un elemento armado debido a que el agrietamiento es mucho menor pudiendo usarse la totalidad de la inercia para el cálculo estructural si son secciones pretensadas [1].

Como se dijo anteriormente, la excentricidad de la fuerza pretensora provoca *camber* el cual podría ser contrarrestado al aplicarse las cargas de servicio que inducen a una deflexión (hacia abajo) a través de la superposición, sin embargo esto no es tan sencillo debido a las pérdidas a largo plazo que ocurren en el elemento de hormigón pretensado. De estas pérdidas se conoce que la contracción del hormigón y el relajamiento del acero disminuyen el *camber*, mientras que el flujo plástico tiene un efecto doble, es decir que a través de la pérdida de presfuerzo disminuye el camber y por medio de las deformaciones se incrementa, siendo más intenso el segundo efecto.

Si analizamos las deflexiones que ocurren a corto plazo es claro asumir que la sección del elemento de hormigón pretensado es homogénea, isotrópica y elástica. Obviamente esta suposición deja atrás el hecho que de que el módulo de elasticidad E_c del concreto varía con el tiempo, además de la inercia de la sección dependiendo si está o no agrietada.

Tal como muestra la *Figura 3.21*, la relación carga – deflexión muestra 3 etapas marcadas:

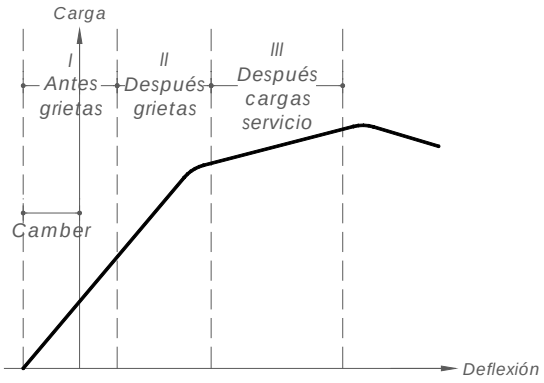
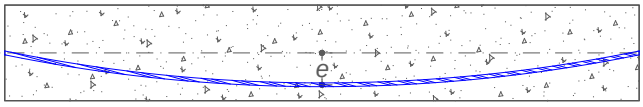
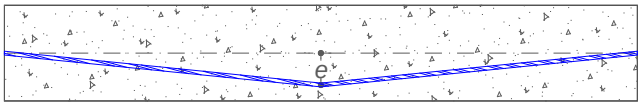
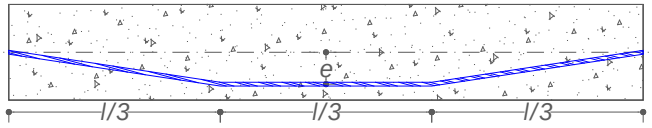
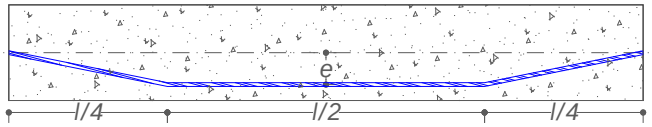
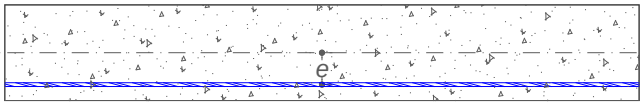
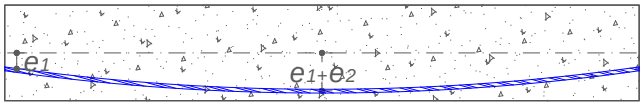


Figura 3.21: Relación Carga – Deflexión en una viga (tomado de [2])

- ***Antes de las grietas:*** hasta este punto el comportamiento del elemento es totalmente elástico y el cálculo de las deflexiones se basa en el uso del módulo de elasticidad del concreto E_c y la inercia de la sección bruta. Las deflexiones que ocurren en esta etapa son fácilmente calculadas por métodos como: deformación curvatura y área de momentos. Existe otro método basado en obtener la carga equivalente que simula el efecto del presfuerzo para luego poder aplicar ecuaciones conocidas para obtener las deflexiones. Cualquiera de estos métodos lanzan expresiones como las mostradas en la *Tabla 3.5*.
- ***Después de las grietas:*** se identifica en el instante en que ocurren las primeras grietas a flexión debido a que los esfuerzos en el hormigón superan el valor del módulo de ruptura f_r. En esta etapa las grietas se ensanchan y se vuelven más profundas por la acción de las cargas de servicio siendo necesario utilizar la inercia de la sección transformada, sin embargo existe zonas no agrietadas donde se debe usar la inercia de la sección bruta. Esto hace necesario el uso de la inercia de una sección efectiva I_e.

Tabla 3.5: Deflexiones a corto plazo en una viga (tomado de [1])

Deflexiones a corto plazo en vigas debido a la fuerza de pretensado

	$\Delta = \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$
	$\Delta = \frac{1}{12} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$
	$\Delta = \frac{23}{216} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$
	$\Delta = \frac{11}{96} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$
	$\Delta = \frac{1}{8} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$
	$\Delta = \frac{1}{8} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I} + \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I}$

$$\boldsymbol{I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr}} \qquad \textbf{3.51}$$

Donde M_a es el momento máximo producido por las cargas de servicio y el valor de M_{cr} se obtiene a partir de la *ecuación 3.29*. El cálculo de I_{cr} se debe basar en sección transformada utilizando la contribución del acero destinado a resistir la tracción. Este cálculo es bastante tedioso por lo que el PCI propone la siguiente ecuación para el cálculo de I_{cr}.

$$\boldsymbol{I_{cr} = n_p \cdot A_p \cdot {d_p}^2 \cdot \left(1 - 1.6 \cdot \sqrt{n_p \cdot \rho_p}\right)} \qquad \textbf{3.52}$$

Siendo n_p la relación entre el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo y el del concreto. Si además del acero de presfuerzo hay acero corrugado resistente a tracción, la *ecuación 3.52* se convierte en:

$$\boldsymbol{I_{cr} = \left(n_p \cdot A_p \cdot {d_p}^2 + n_s \cdot A_s \cdot d^2\right) \cdot \left(1 - 1.6 \cdot \sqrt{n_p \cdot \rho_p + n_s \cdot \rho}\right)} \qquad \textbf{3.53}$$

Para la cual el valor de n_s es la relación entre el módulo de elasticidad del acero corrugado y el del concreto.

- ***Después de las cargas de servicio:*** en esta etapa, cuando la sección está bastante agrietada, la rigidez de la sección es mucho menor en comparación a las demás etapas, tal como se muestra implícitamente en la *Figura 3.21*. Esta etapa concluye con la falla del elemento produciéndose un aumento en los esfuerzos en el acero hasta llegar al límite de fluencia, las grietas aumentan de grosor y llegan a las fibras superiores a compresión de la sección lo que desencadena en la falla a compresión.

Lo siguiente es establecer las deflexiones a largo plazo que se producen a causa del flujo plástico, contracción del hormigón y relajamiento del acero. El ACI propone un factor λ_Δ por el cual hay que multiplicar la deflexión a corto plazo para obtener de deflexión total, sin embargo esta expresión es válida para elementos de hormigón armado.

$$\boldsymbol{\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}} \qquad \textbf{3.54}$$

La explicación de los términos de la ecuación anterior se la puede encontrar en [5]. Una manera similar de encontrar la deflexión a largo plazo en elementos pretensados es mediante el *método de los multiplicadores* propuesto por el PCI,

donde C_1 es el similar a λ_Δ en el caso del hormigón reforzado. Los valores de C_1 se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 3.6: Multiplicadores C_1 dados por el PCI (tomado de [2])

Multiplicadores C_1 para obtener el camber y deflexión a largo plazo

Al izar el elemento:	***Sin losa fundida insitu***	***Con losa fundida insitu***
1. Deflexión - aplica para la deflexión elástica debida al peso propio del elemento cuando se cortan los cables	1.85	1.85
2. Camber - aplica para el camber elástica debida a la fuerza de presfuerzo cuando se cortan los cables	1.80	1.80
Final:		
3. Deflexión - aplica para la deflexión elástica debida al peso propio del elemento cuando se cortan los cables	2.70	2.40
4. Camber - aplica para el camber elástica debida a la fuerza de presfuerzo cuando se cortan los cables	2.45	2.20
5. Deflexión - aplica para la deflexión elástica debida solamente a la carga muerta sobrepuesta	3.00	3.00
6. Deflexión - aplica para la deflexión elástica a causa de la losa fundida insitu (sección compuesta)	---	2.30

Si el elemento además de acero pretensado contiene acero corrugado, provoca una reducción importante en la deflexión a largo plazo. Tomando esto en consideración, *Shaikh y Branson* proponen el uso de un multiplicador reducido C_2 dado por:

$$\boldsymbol{C_2 = \frac{C_1 + \frac{A_s}{A_p}}{1 + \frac{A_s}{A_p}}} \qquad \textbf{3.55}$$

Donde A_s y A_p son el área del acero corrugado y presforzado respectivamente.

Un procedimiento bastante preciso para obtener la deflexión total de un elemento pretensado es el *método por intervalos incrementales de tiempo*. Este método se basa en calcular las deflexiones del elemento para determinados intervalos de tiempo a través de una sumatoria que involucra todos los efectos como flujo

plástico y contracción del hormigón, además del relajamiento del acero. Una explicación más amplia de este procedimiento se encuentra en la *referencia* [1].

Luego de que se calcule el valor de la deflexión es necesario compararlo con una normativa para establecer si el elemento está dentro del rango de la funcionabilidad y servicio. El código ACI propone los siguientes valores mostrados en la *Tabla 3.7*.

Tabla 3.7: Deflexión máxima permitida por el ACI

Deflexión máxima admisible

Tipo de elemento	***Deflexión considerada***	***Límite de deflexión***
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes	*Deflexión inmediata debida a la carga viva*	$\frac{l}{180}$
Entrepisos que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes	*Deflexión inmediata debida a la carga viva*	$\frac{l}{360}$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes	*La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (las suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)*	$\frac{l}{480}$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes		$\frac{l}{240}$

La AASHTO establece límites más rigurosos que los del ACI debido principalmente al impacto que producen las cargas móviles en un puente. Dichos límites se muestran a continuación:

Tabla 3.8: Deflexión máxima permitida por la AASHTO

Deflexión máxima admisible			
Tipo de elemento	***Deflexión considerada***	***Límite de deflexión***	
		Solo tráfico vehicular	***Tráfico vehicular y peatonal***
Vano simple o continuo	*Deflexión inmediata debido a la carga viva más el impacto*	$\frac{l}{800}$	$\frac{l}{1000}$
Elemento en voladizo		$\frac{l}{300}$	$\frac{l}{375}$

3.4. DISEÑO DE ACUERDO AL CÓDIGO ACI

Finalmente, luego de presentados todas los aspectos que involucran el diseño a flexión, cortante y deflexión de un elemento de hormigón pretensado simplemente apoyado, lo ideal es aplicarlos en un ejercicio práctico para afianzar lo indicado. A continuación se presenta la continuación del ejercicio visto en el *capítulo 2*.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2

Analizar la viga I propuesta en el *Ejemplo de aplicación 1* del *capítulo 2*. Diseñar el refuerzo necesario para resistir la flexión, el corte, calcular la deflexión de la viga y verificar si cumple con las limitaciones propuestas por la AASHTO.

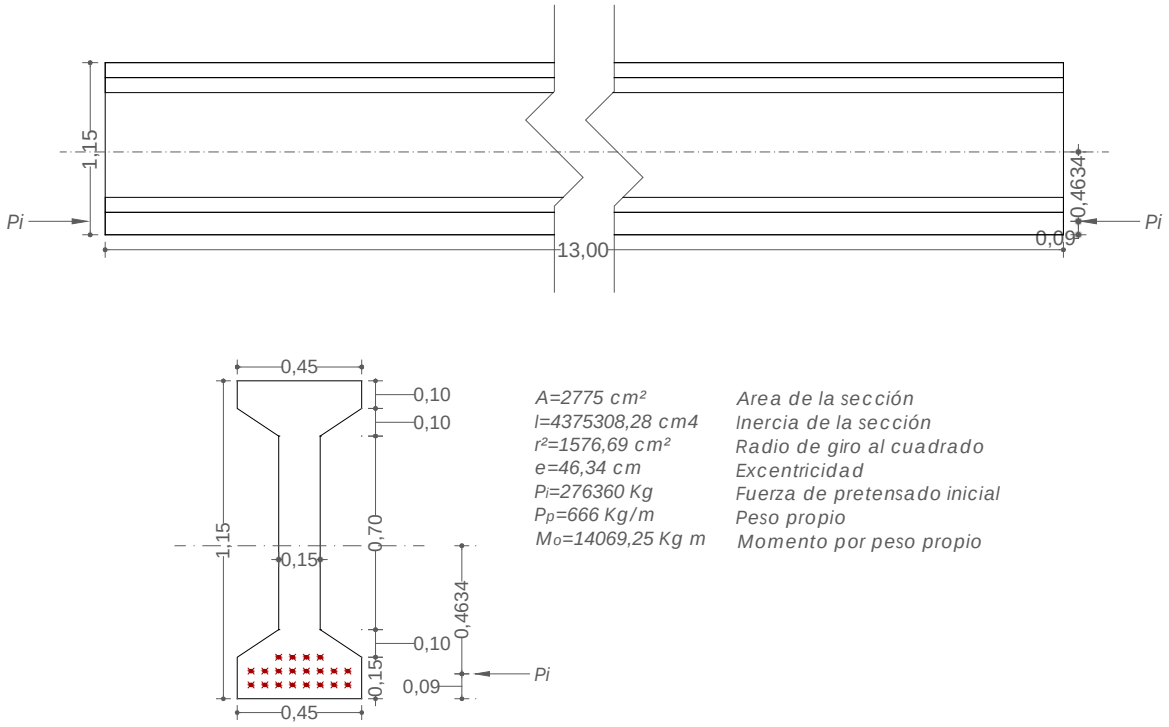


Figura 3.22: Viga I: vista frontal, sección y propiedades físicas

a. Diseño al destensar el elemento

Si calculamos los esfuerzos en los extremos de la viga mediante las *ecuaciones 3.3 y 3.4*:

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)$$

$$f_{Inf} = -\frac{276360}{2775} \cdot \left(1 + \frac{46.34 \cdot 55.34}{1576.69}\right)$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -261.56\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right)$$

$$f_{Sup} = -\frac{276360}{2775} \cdot \left(1 - \frac{46.34 \cdot 59.66}{1576.69}\right)$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = 75.03\ Kg/cm^2}$$

De la *Tabla 3.1* se conoce que los esfuerzos máximos permisibles son: $1.6 \cdot \sqrt{280} = 26.77\ Kg/cm^2$ en tracción y $0.7 \cdot 280 = -196\ Kg/cm^2$ en compresión, observando claramente que los esfuerzos calculados superan estos límites. Como se indicó en la teoría, podemos aminorar este esfuerzo excesivo mediante el uso de acero corrugado o forrando cierta cantidad de torones. En este caso se hará una combinación de las dos opciones, entonces si forramos 6 torones que representan el 30 % del total y combinando esto con el uso de las *ecuaciones 3.7 y 3.8* tenemos:

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{P_T}{A} \cdot \left(1 + \frac{(d - c_{Sup}) \cdot c_{Inf}}{r^2}\right)$$

Si utilizamos un refuerzo a compresión A'_s dado por $4\ \emptyset\ 12\ mm$ en toda la longitud de la viga + $1\ \emptyset\ 12\ mm$ en los extremos + $3\ \emptyset\ 14\ mm$ en el centro, y un refuerzo a tracción A_s dado por $4\ \emptyset\ 12\ mm$ en toda la longitud de la viga + $3\ \emptyset\ 25\ mm$ en el centro tenemos:

$$f_{Inf} = -\frac{276360 \cdot \frac{20-6}{20}}{2775} \cdot \left(1 + \frac{46.34 \cdot 55.34}{1576.69}\right) + \frac{18948}{2775} \cdot \left(1 + \frac{50.34 \cdot 55.34}{1576.69}\right)$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -164.15\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{P_C}{A} \cdot \left(1 + \frac{(c_{Sup} - d') \cdot c_{Sup}}{r^2}\right)$$

$$f_{Sup} = -\frac{276360 \cdot \frac{20-6}{20}}{2775} \cdot \left(1 - \frac{46.34 \cdot 59.66}{1576.69}\right) - \frac{23730}{2775} \cdot \left(1 + \frac{54.66 \cdot 59.66}{1576.69}\right)$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = 26.26\ Kg/cm^2}$$

Tenemos que debido a agregar acero en los extremos y al forrar el 30 % de los cables los esfuerzos cumplen con los límites permitidos. Se calcula a continuación los esfuerzos en el centro de la viga mediante las *ecuaciones 3.9 y 3.10*:

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{P_T}{A} \cdot \left(1 + \frac{(d - c_{Sup}) \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{M_o}{Z_{Inf}}$$

$$f_{Inf} = -\frac{276360}{2775} \cdot \left(1 + \frac{46.34 \cdot 55.34}{1576.69}\right) + \frac{80850}{2775} \cdot \left(1 + \frac{50.34 \cdot 55.34}{1576.69}\right) + \frac{1406925}{79065.40}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -163.15\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} \cdot \left(1 - \frac{e \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{P_C}{A} \cdot \left(1 + \frac{(c_{Sup} - d') \cdot c_{Sup}}{r^2}\right) - \frac{M_o}{Z_{Sup}}$$

$$f_{Sup} = -\frac{276360}{2775} \cdot \left(1 - \frac{46.34 \cdot 59.66}{1576.69}\right) - \frac{38388}{2775} \cdot \left(1 + \frac{54.66 \cdot 59.66}{1576.69}\right) - \frac{1406925}{73334.73}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = 13.39\ Kg/cm^2}$$

Si se verifica los esfuerzos máximos permitidos de la *Tabla 3.1* tenemos $0.8 \cdot \sqrt{280} = 13.39\ Kg/cm^2$ en tracción y $0.6 \cdot 280 = -168\ Kg/cm^2$ en compresión. Es claro que los esfuerzos están dentro del rango permitido por lo que el diseño en esta etapa se considera correcto.

b. Diseño al colocar una carga muerta sobre el elemento

Partiendo de las *ecuaciones 3.11 y 3.12* tenemos los siguientes esfuerzos:

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A} \cdot \left(1 + \frac{e \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{P_T}{A} \cdot \left(1 + \frac{(d - c_{Sup}) \cdot c_{Inf}}{r^2}\right) + \frac{M_o + M_{losa}}{Z_{Inf}}$$

$$f_{Inf} = -\frac{212797.20}{2775}\cdot\left(1+\frac{46.34\cdot 55.34}{1576.69}\right)+\frac{80850}{2775}\cdot\left(1+\frac{50.34\cdot 55.34}{1576.69}\right)+\frac{1406925+1140750}{79065.40}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -88.57\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_e}{A}\cdot\left(1-\frac{e\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)-\frac{P_C}{A}\cdot\left(1+\frac{(c_{Sup}-d')\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)-\frac{M_o+M_{losa}}{Z_{Sup}}$$

$$f_{Sup} = -\frac{212797.20}{2775}\cdot\left(1-\frac{46.34\cdot 59.66}{1576.69}\right)-\frac{38388}{2775}\cdot\left(1+\frac{54.66\cdot 59.66}{1576.69}\right)-\frac{1406925+1140750}{73334.73}$$

$$f_{Sup} = \boldsymbol{-19.42\ Kg/cm^2}$$

c. Diseño por cargas de servicio (elástico) a flexión

De las *ecuaciones 3.13 y 3.14* tenemos:

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A}\cdot\left(1+\frac{e\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)\pm\frac{P_T}{A}\cdot\left(1+\frac{(d-c_{Sup})\cdot c_{Inf}}{r^2}\right)+\frac{M_o+M_{losa}}{Z_{Inf}}+\frac{M_S}{Z_{c\,Inf}}$$

$$f_{Inf} = -\frac{212797.20}{2775}\cdot\left(1+\frac{46.34\cdot 55.34}{1576.69}\right)-\frac{80850}{2775}\cdot\left(1+\frac{50.34\cdot 55.34}{1576.69}\right)+\frac{1406925+1140750}{79065.40}+\frac{19963125}{114809.59}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -75.90\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A}\cdot\left(1-\frac{e\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)\pm\frac{P_C}{A}\cdot\left(1+\frac{(c_{Sup}-d')\cdot c_{Sup}}{r^2}\right)-\frac{M_o+M_{losa}}{Z_{Sup}}-\frac{M_S}{Z_{c\,Sup}}$$

$$f_{Sup} = -\frac{212797.20}{2775}\cdot\left(1-\frac{46.34\cdot 59.66}{1576.69}\right)+\frac{38388}{2775}\cdot\left(1+\frac{54.66\cdot 59.66}{1576.69}\right)-\frac{1406925+1140750}{73334.73}-\frac{19963125}{291236.94}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = -3.05\ Kg/cm^2}$$

d. Diseño última resistencia a flexión

La carga última (mayorada) que actúa sobre la viga es:

$$q_u = 1.2 \cdot (1206) + 1.6 \cdot (9450)$$

$$q_u = 16567.20 \ Kg/m$$

El momento último del elemento simplemente apoyado:

$$M_u = q_u \cdot l^2/8$$

$$M_u = 16567.20 \ \cdot 13^2/8$$

$$M_u = 349982.10 \ Kg \ m$$

La relación entre la distribución real y el bloque rectangular equivalente es:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \cdot \frac{f_c' - 280}{70}$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \cdot \frac{400 - 280}{70}$$

$$\beta_1 = 0.76$$

El valor de la tensión nominal de presfuerzo se obtiene a partir de la *ecuación 3.31*:

$$f_{ps} = f_{pu} \cdot \left\{1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f_c'} + \frac{d}{d_p} \cdot (\omega - \omega')\right]\right\}$$

$$f_{ps} = 19000 \cdot \left\{1 - \frac{0.28}{0.76} \cdot \left[\frac{19.74}{2775} \cdot \frac{19000}{400} + \frac{110}{106} \cdot \left(\frac{19.25}{2775} - \frac{10.27}{2775}\right) \cdot \frac{4200}{400}\right]\right\}$$

$$f_{ps} = 17453.12 \ Kg/cm^2$$

La profundidad del bloque equivalente se calcula de la *ecuación 3.22*:

$$a = \frac{A_p \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_y - A_s' \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c' \cdot b}$$

$$a = \frac{19.74 \cdot 17453.12 + 19.25 \cdot 4200 - 10.27 \cdot 4200}{0.85 \cdot 400 \cdot 0.82 \cdot 150}$$

$$a = 8.96 \ cm$$

$$c = 11.72 \ cm$$

El momento resistente de la sección se obtiene de la *ecuación 3.23*:

$$M_n = 0.85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b \cdot (d_p - a/2) + A_s' \cdot f_y \cdot (d_p - d') + A_s \cdot f_y \cdot (d - d_p)$$

$$M_n = 0.85 \cdot 400 \cdot 8.96 \cdot 0.82 \cdot 150 \cdot (121 - 8.96/2) + 10.27 \cdot 4200 \cdot (121 - 5) + 19.25 \cdot 4200 \cdot (125 - 121)$$

$$M_n = 498660.86\ Kg\ m$$

$$\boldsymbol{\emptyset M_n = 448794.77\ Kg\ m}$$

Como se cumple la condición $\emptyset M_n \geq M_u$ esta etapa del diseño esta correcta.

e. Diseño última resistencia a cortante

La fuerza cortante última que actúa en la viga es:

$$V_u = q_u \cdot l/2$$

$$V_u = 16567.20\ \cdot 13/2$$

$$V_u = 107686.80\ Kg$$

El hormigón aporta con una resistencia de:

$$V_c = \left(0.16 \cdot \sqrt{f_c'} + 49 \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u}\right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = \left(0.16 \cdot \sqrt{400} + 49 \cdot \frac{107686.80 \cdot 106}{34998210}\right) \cdot 15 \cdot 106$$

$$V_c = 30498.65\ Kg$$

El acero a cortante debe soportar:

$$V_s = \frac{V_u}{\emptyset} - V_c$$

$$V_s = \frac{107686.80}{0.75} - 30498.65$$

$$V_s = 113083.75\ Kg$$

Dicho cortante será resistido por estribos según la *ecuación 3.44*:

$$A_v = \frac{V_s \cdot s}{f_y \cdot d_p}$$

$$A_v = \frac{113083.75\ _s \cdot s}{4200 \cdot 106}$$

$$A_v = 0.25 \cdot s$$

Si se impone una separación de $8\ cm$, el valor de $A_v = 2.03\ cm^2$ equivalente a un estribo de dos ramas de $12\ mm$ de diámetro.

f. Deformaciones

El camber debido a la fuerza de pretensado inicial considerando el peso propio del elemento:

$$\Delta_{\uparrow} = \frac{1}{8} \cdot \frac{P_i \cdot e \cdot l^2}{E \cdot I} - \frac{5}{384} \cdot \frac{P_p \cdot l^4}{E \cdot I}$$

$$\Delta_{\uparrow} = \frac{1}{8} \cdot \frac{276360 \cdot 46.34 \cdot 1300^2}{302000 \cdot 4375308.28} - \frac{5}{384} \cdot \frac{6.66 \cdot 1300^4}{302000 \cdot 4375308.28}$$

$$\Delta_{\uparrow} = 18.60\ mm$$

La flecha debido a las cagas de servicio es:

$$\Delta_{\downarrow} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{P_s \cdot l^4}{E \cdot I}$$

$$\Delta_{\downarrow} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{(94.50 + 1.62) \cdot 1300^4}{252671.33 \cdot 9469927.71}$$

$$\Delta_{\downarrow} = -14.94\ mm$$

La deformación total en este punto es:

$$\varepsilon = 18.60 - 14.94$$

$$\varepsilon = 3.66\ mm$$

Debido a las pérdidas de presfuerzo el camber disminuye cierta cantidad, calculada de la siguiente manera:

$$\Delta_{\uparrow camber} = \Delta_{\uparrow} \cdot \frac{P_i - P_e}{P_i}$$

$$\Delta_{\uparrow camber} = 18.60 \cdot \frac{276360 - 212797.20}{276360}$$

$$\Delta_{\uparrow camber} = 4.28\ mm$$

La deformación total al haber ocurrido todas las pérdidas de presfuerzo es:

$$\varepsilon = 3.66 - 4.28$$

$$\varepsilon = -0.62\ mm$$

Las deformaciones a largo plazo se calculan mediante el método de los multiplicadores de la *Tabla 3.6*:

$$\Delta_{\downarrow} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{P_s \cdot l^4}{E \cdot I}$$

$$\Delta_{\downarrow} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{(94.50 + 2.3 \cdot 1.62) \cdot 1300^4}{252671.33 \cdot 9469927.71}$$

$$\Delta_{\downarrow} = -15.27\ mm$$

La deformación final es:

$$\varepsilon_f = 18.60 - 4.28 - 15.27$$

$$\varepsilon_f = -0.95\ mm$$

Si comparamos dicha deformación con la normativa de la AASHTO mostrada en la *Tabla 3.8* considerando que será una viga de puente destinada al tráfico vehicular y peatonal, es decir admite una flecha máxima de $13\ mm$, se concluye que el diseño es correcto.

Como puede notarse, el diseño de un elemento pretensado es un cálculo bastante amplio, de allí la necesidad de contar con un software que agilite ese proceso. En el *anexo A* se muestra las capturas de pantalla del software durante el cálculo del diseño anterior.

4

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESIÓN

Izado de una columna pretensada para el ducto de un ascensor, Ferretería Continental, sector Control Sur

En el capítulo anterior se desarrolló la teoría para el diseño de elementos que soportan cargas perpendiculares a su eje longitudinal, siendo estos los más usados en la construcción pretensada. Sin embargo, es posible también pretensar elementos destinados a soportar cargas axiales como las columnas, que resisten esfuerzos de compresión, o como los tirantes de los arcos destinados a resistir esfuerzos de tracción.

Muy comúnmente las columnas están sometidas no solo a cargas axiales sino también a momentos flectores, lo que produce un efecto de tracción en unas fibras de la sección del elemento y de compresión en otras. Por lo general en una construcción armada, las columnas soportan esfuerzos flectores provenientes de los dos sentidos de las caras de la columna debido a que el modo de construcción de la losa es en dos sentidos. En cambio en la construcción pretensada, la losa se suele construir de manera que el efecto sea unidireccional, lo que provoca esfuerzos flectores sólo en una cara de la columna.

El presente capítulo se enfocará en brindar las herramientas necesarias para diseñar un elemento pretensado sometido únicamente a compresión combinado con esfuerzos de flexión en un sentido, lo que conlleva a clasificarse como un elemento sometido a *flexocompresión monoaxial*. El estudio de elementos destinados a soportar la tracción no está al alcance del presente documento, existiendo un buen contenido de esto en la *referencia* [2]. Debido a que una

columna pretensada se construye en una fábrica para el posterior traslado e izado en la obra, el elemento se debe diseñar también para resistir etapas claves como se hizo para las vigas en el capítulo anterior. Al final se presenta un ejercicio de aplicación para poder afianzar la teoría previamente dada.

4.1. MARCO TEÓRICO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESIÓN MONOAXIAL

Las columnas son elementos prismáticos que soportan cargas de compresión paralelas a su eje longitudinal. Pocos son los casos donde actúa sola la carga axial sobre la columna, combinándose en la mayoría de ocasiones con esfuerzos de flexión.

En hormigón armado es muy común reforzar las columnas según los patrones mostrados en la *Figura 4.1*. La columna de la izquierda posee refuerzo longitudinal y transversal provisto por medio de estribos, mientras que la columna circular, también provista de acero longitudinal, posee un refuerzo transversal dado por un espiral continuo.

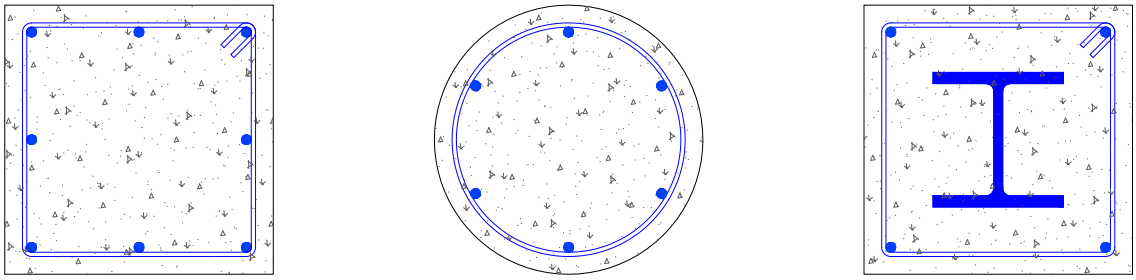


Figura 4.1: Refuerzos en columnas de hormigón armado

En cambio, la columna de la derecha ha sido reforzada mediante la combinación de acero longitudinal como en los casos anteriores y un perfil metálico, incluyendo el refuerzo transversal. En general estos son los tipos de columnas existentes, siendo más comunes en nuestro medio los 2 primeros mencionados.

En la construcción armada casi siempre se construyen losas bidireccionales soportadas por vigas de contorno a las cuales se les transmite la carga de servicio, similar al sistema mostrado en la *Figura 4.2*. La combinación de esfuerzos axiales y flectores que ocurren en una columna se debe a la acción

conjunta con las vigas. Para el caso de la *Figura 4.2*, las vigas cargadoras trasmiten esfuerzos flectores en ambas caras de la columna, produciendo un efecto de *flexocompresión biaxial*.

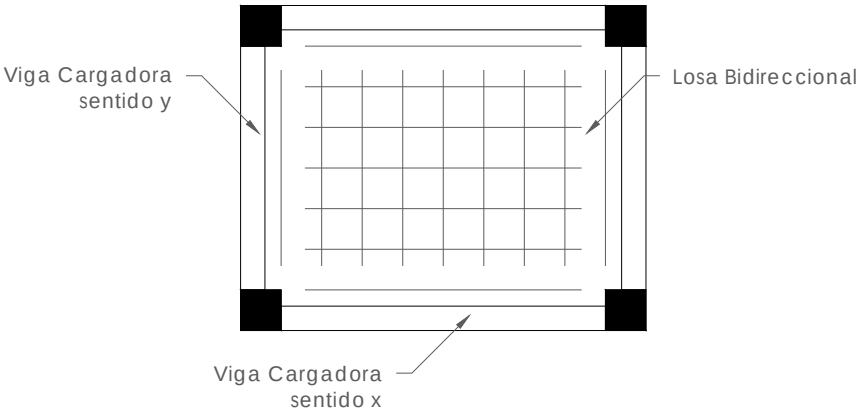


Figura 4.2: Sistema de losa bidireccional

En construcciones pretensadas es muy común que la losa sea unidireccional, haciendo que las cargas se distribuyan solamente en vigas cargadoras dispuestas en un sentido, tal como se ilustra en la *Figura 4.3*. Se pueden construir vigas en el otro sentido al de las cargadoras denominadas *vigas de amarre*, que cumplen con dar arriostramiento a la estructura, mas no sirven de soporte de carga.

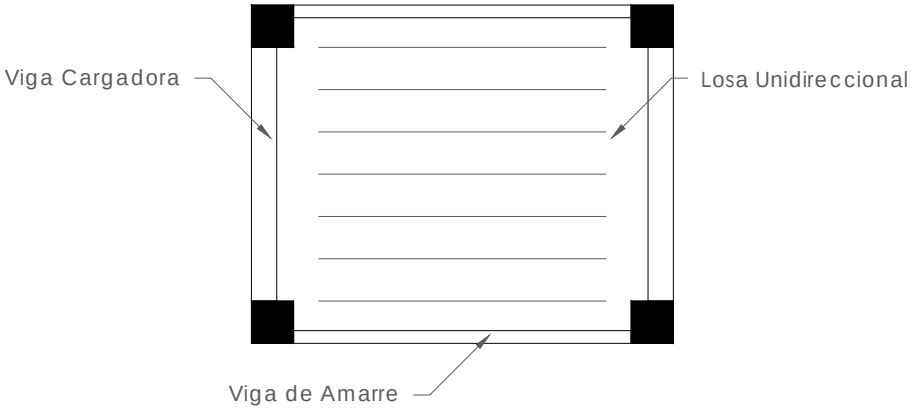


Figura 4.3: Sistema de losa unidireccional

La *Figura 4.4* muestra la unión entre una columna y una viga cargadora. En este caso los elementos estructurales son prefabricados por lo que la columna posee una ménsula para soportar la viga cargadora produciendo un simple apoyo. Esta unión es bastante común en la construcción prefabricada fusionada con elementos pretensados. El presente estudio se basa en columnas que soportan vigas

cargadoras en un solo sentido, convirtiéndose en un sistema de *flexocompresión monoaxial*.

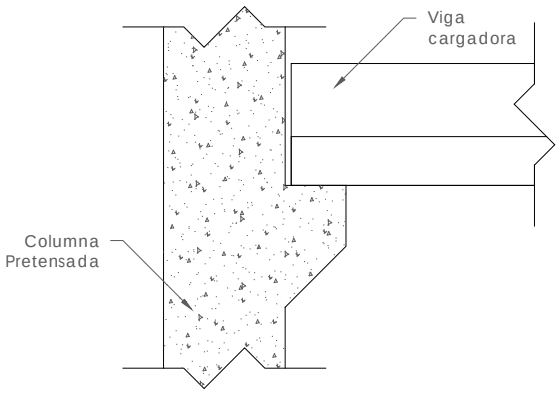


Figura 4.4: Acción conjunta de columna y viga prefabricada

La idealización de una columna sometida a esfuerzos de flexocompresión monoaxial se indica en la *Figura 4.5*. Es claro que la fuerza P_u transmitida de la viga cargadora hacia la columna no actúa axilmente sobre su eje, sino que mantiene una excentricidad e.

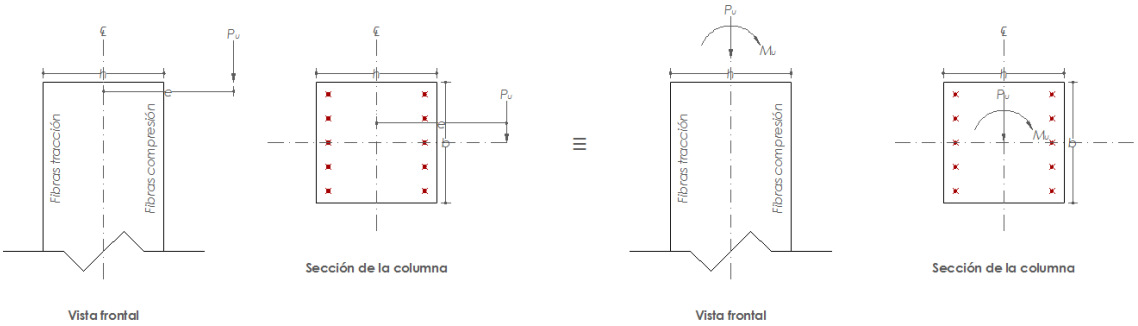


Figura 4.5: Columna sometida a flexocompresión monoaxial

Si se desplazara la carga vertical P_u hacia el centroide de la columna se crea un sistema equivalente donde actúa un momento flector M_u, que se relaciona con la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{e = \frac{M_u}{P_u}} \qquad \textbf{4.1}$$

El acero de presfuerzo es el destinado a soportar los esfuerzos flectores M_u. Para el caso especial donde la columna es sometida solamente a cargas axiales, el

presfuerzo no tendría ningún sentido debido a que se estaría sometiendo a esfuerzos de compresión innecesarios por la acción del acero pretensado.

Por el tipo de falla las columnas se pueden clasificar en dos tipos: *columnas cortas y columnas esbeltas*. Las columnas cortas fallan debido a la disminución en la resistencia de los materiales que la conforman, mientras que las columnas esbeltas fallan por efectos de pérdida de estabilidad. Previo al inicio del diseño es necesario diferenciar que tipo de columna se está tratando y a partir de ello conocer el motivo de su posible falla.

En general, el diseño de una columna pretensada apunta a determinar su resistencia última debido a que etapas como el diseño elástico o deflexiones no brindan información suficiente en relación a la seguridad. Por otro lado, cuando la columna se construye bajo condiciones de fábrica para la posterior izada en obra, la etapa de transporte es un diseño a tomarse en cuenta.

4.2. COMPORTAMIENTO EN LAS DIFERENTES ETAPAS DEL HORMIGÓN PRETENSADO

El diseño de columnas pretensadas no sigue el mismo procedimiento de las vigas debido a que son elementos con características distintas de carga y refuerzo. Las vigas pretensadas llevan acero longitudinal para soportar la flexión lo que produce esfuerzos de tracción en las fibras superiores al momento de destensar el elemento. En contraste, las columnas llevan acero en dos caras opuestas lo que hace que el elemento este en equilibrio sin presentar esfuerzos de tracción, evitando el agrietamiento, sin embargo se debe chequear la capacidad de la columna de soportar la compresión debido al presfuerzo. Otras etapas como el aplicar carga muerta sobre el elemento no tienen lógica en un elemento a compresión. El diseño más importante en este tipo de elementos es a *última resistencia* ya que éste es el que brinda mayor información de funcionabilidad y servicio.

En la construcción prefabricada donde los elementos se elaboran bajo condiciones de fábrica para la posterior colocación en obra, hacen que la columna se construya y transporte horizontalmente, lo que produce que se comporte como una viga sobre la cual actúa el peso propio más un cierto porcentaje de impacto, por lo tanto esta condición debe ser tomada en consideración para el diseño de este tipo de elementos.

Tres son las etapas para las que se diseñan las columnas de hormigón pretensado:

- Diseño al destensar el elemento

- Diseño al transportar el elemento
- Diseño última resistencia a flexocompresión

DISEÑO AL DESTENSAR EL ELEMENTO

Una columna pretensada que tiene acero de presfuerzo dispuesto en forma simétrica en dos de sus caras opuestas, al momento de transmitir la fuerza pretensora desde los cables hacia el hormigón, esta no produce ningún momento flector en el elemento, tal como se puede apreciar en la *Figura 4.6*:

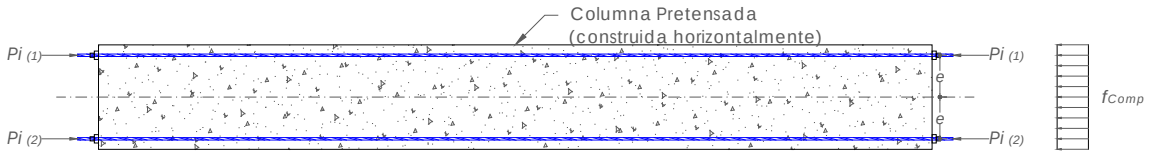


Figura 4.6: Esfuerzos en una columna pretensada al destensar el elemento

Lo dicho anteriormente se cumple siempre y cuando exista simetría en la columna pretensada, refiriéndose con simetría a la fuerza de pretensado inicial P_i y al brazo de palanca o excentricidad e. El esfuerzo de compresión que se produce en la columna se calcula con la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{f_{Comp} = -\frac{P_i}{A}} \qquad \textbf{4.2}$$

Donde el valor de P_i es la suma de la fuerza pretensora producida por el acero de presfuerzo de ambas caras de la sección. Cuando se transporta y el elemento trabaja a flexión, el efecto producido por el peso propio produce compresión en las fibras superiores y tracción en las inferiores, por lo que tenemos una ligera variación en los esfuerzos, los cuales se muestran en la *Figura 4.7*

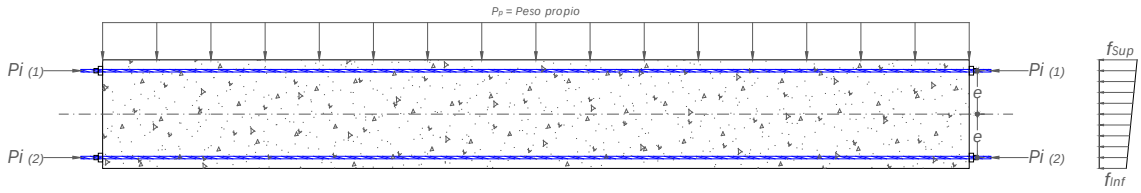


Figura 4.7: Esfuerzos en una columna pretensada al destensar el elemento más el peso propio

Las ecuaciones para calcular los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores de la columna se derivan de las ecuaciones usadas para las vigas, asi teniendo:

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} + \frac{M_o}{Z_{Inf}} \qquad \textbf{4.3}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} - \frac{M_o}{Z_{Sup}} \qquad \textbf{4.4}$$

Los resultados de las expresiones anteriores deben ser comparados con los límites permisibles establecidos por el código ACI dados en la *Tabla 3.1*. En caso de que se superen los límites permitidos se debe colocar acero normal corrugado para controlar este exceso.

Es obvio que el cálculo de los esfuerzos en los extremos de la columna no incluye el peso propio del elemento, por lo tanto se calculan únicamente mediante la *ecuación 4.2*.

DISEÑO AL TRANSPORTAR EL ELEMENTO

La construcción de una columna bajo condiciones de fábrica es mucho más sencilla que una en obra debido a que se lo realiza horizontalmente sobre el suelo en lugar verticalmente. El construir una columna de esta forma hace que se comporte como una viga donde actúa una carga distribuida correspondiente al peso propio. En general esta etapa no es la que rige el diseño del elemento, sin embargo es importante tenerlo presente para evitar desperfectos durante el traslado del elemento hacia la obra. Para la presente etapa se propone usar un coeficiente de impacto de 1.5 que mayora el efecto que produce del peso propio del elemento teniendo así cierta seguridad durante el traslado de la columna. Si consideramos que la totalidad de las pérdidas de presfuerzo ya han ocurrido, los esfuerzos en el centro del elemento se calculan mediante:

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A} + \frac{1.5 \cdot M_o}{Z_{Inf}} \qquad \textbf{4.5}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_e}{A} - \frac{1.5 \cdot M_o}{Z_{Sup}} \qquad \textbf{4.6}$$

Estos esfuerzos deben compararse con la normativa para asegurar que se encuentra dentro de los rangos permitidos.

DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A FLEXIÓN

La forma más práctica y segura de diseñar una columna pretensada es mediante su *diagrama de interacción*, que no es más que una curva que relaciona las combinaciones entre las distintas cargas axiales y momentos flectores que puede soportar el elemento, similar al mostrado en la *Figura 4.8*.

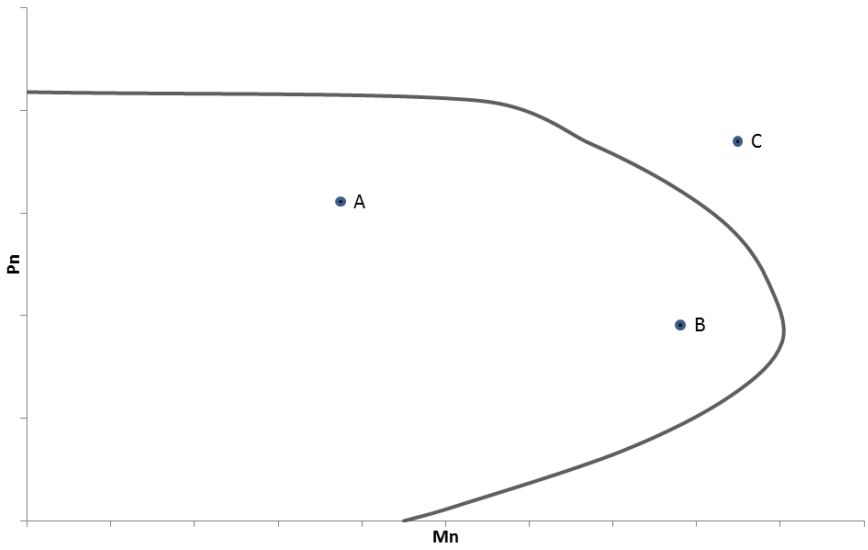


Figura 4.8: Diagrama de interacción de una columna

El diagrama de interacción permite una interpretación fácil y rápida de los resultados del cálculo. Para cualquier combinación de fuerza axial y momento flector que actúa sobre la columna que se ubique dentro de la región delimitada por el diagrama, la columna cumple con dicho requerimiento, como es el caso del punto A y B de la figura anterior. Para el caso del punto C que se ubica fuera del diagrama de interacción, se entiende que la columna no soporta esta combinación de carga y momento por lo que es necesario cambiar de sección o aumentar el refuerzo de la misma. Lo indicado establece que es necesario conocer el diagrama de interacción de la columna a construir para definir si cumple o no las solicitaciones deseadas.

Previo al análisis de una columna se debe establecer ciertas condiciones del diseño:

- La dimensión h de la columna es aquella paralela al eje de aplicación de la carga.
- El acero pretensado se coloca solamente en dos caras para que resistan esfuerzos de flexocompresión monoaxial.
- El acero pretensado es otorgado en la misma cantidad en las dos caras de la columna, lo que produce que la sección sea simétrica.

Estas indicaciones se muestran claramente en la *Figura 4.9*.

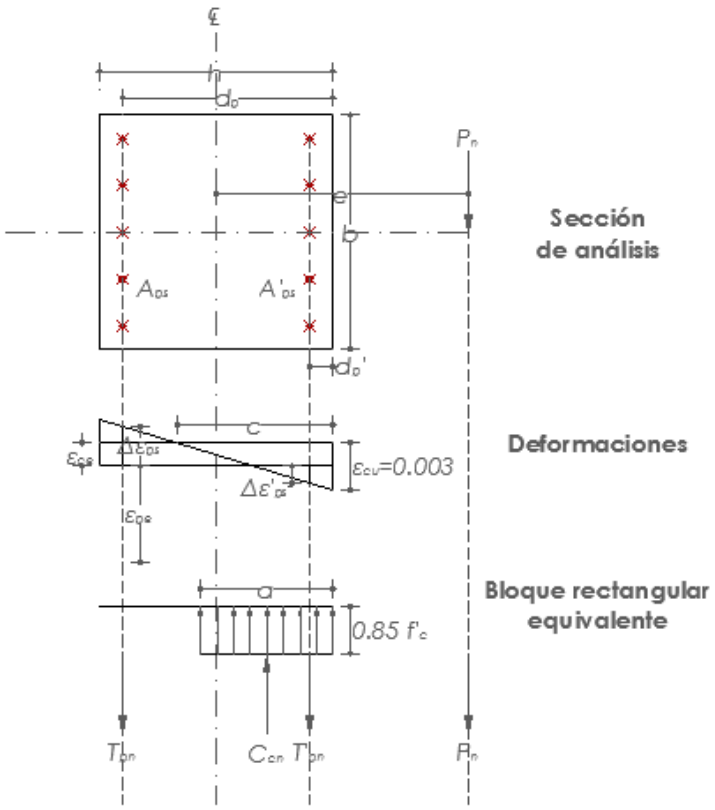


Figura 4.9: Esfuerzos en una columna pretensada

Mediante el equilibrio de fuerzas verticales de la figura anterior tenemos:

$$\boldsymbol{P_n = C_{cn} - T'_{pn} - T_{pn}} \qquad \textbf{4.7}$$

El valor de la compresión del hormigón C_{cn} es obtenido mediante el bloque rectangular equivalente dado por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{C_{cn} = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b} \qquad \textbf{4.8}$$

El cambio de la deformación del acero de presfuerzo A'_{ps} cuando el miembro pasa del presfuerzo efectivo a la carga última es:

$$\boldsymbol{\frac{\varepsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\varepsilon'_{ps} + \varepsilon_{ce}}{c - d'_p}}$$

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon'_{ps} = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{c - d'_p}{c}\right) - \varepsilon_{ce}} \qquad \textbf{4.9}$$

$$\boldsymbol{T'_{pn} = A'_{ps} \cdot f'_{ps}}$$

$$\boldsymbol{T'_{pn} = A'_{ps} \cdot E_{ps} \cdot (\varepsilon_{pe} - \Delta\varepsilon'_{ps})}$$

$$\boldsymbol{T'_{pn} = A'_{ps} \cdot E_{ps} \cdot \left[\varepsilon_{pe} - \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{c - d'_p}{c}\right) + \varepsilon_{ce}\right]} \qquad \textbf{4.10}$$

De la misma forma obtenemos T_{sn} partiendo del cambio de deformación del acero A_{ps}:

$$\boldsymbol{\frac{\varepsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\varepsilon_{ps} - \varepsilon_{ce}}{d_p - c}}$$

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p - c}{c}\right) + \varepsilon_{ce}} \qquad \textbf{4.11}$$

$$\boldsymbol{T_{pn} = A_{ps} \cdot f_{ps}}$$

$$\boldsymbol{T_{pn} = A_{ps} \cdot E_{ps} \cdot (\varepsilon_{pe} + \Delta\varepsilon_{ps})}$$

$$\boldsymbol{T_{pn} = A_{ps} \cdot E_{ps} \cdot \left[\varepsilon_{pe} + \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p - c}{c}\right) + \varepsilon_{ce}\right]} \qquad \textbf{4.12}$$

Para obtener el momento flector de la sección se multiplica cada fuerza por el brazo de palanca, en este caso con respecto al centroide de la sección:

$$\boldsymbol{M_n = P_n \cdot e}$$

$$\boldsymbol{M_n = C_{cn} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) - T'_{pn} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'_p\right) + T_{pn} \cdot \left(d_p - \frac{h}{2}\right)} \qquad \textbf{4.13}$$

Usando las *ecuaciones 4.7 y 4.13* para distintos valores de c es posible construir el *diagrama de interacción nominal* de una columna cualquiera. Si reemplazamos el primer miembro de las ecuaciones antes mencionadas por la relación principal del diseño última resistencia $\emptyset R_n \geq R_u$ tenemos:

$$\boldsymbol{P_u = \emptyset(C_{cn} - T'_{pn} - T_{pn})} \qquad \textbf{4.14}$$

$$\boldsymbol{M_u = \emptyset\left[C_{cn} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) - T'_{pn} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'_p\right) + T_{pn} \cdot \left(d_p - \frac{h}{2}\right)\right]} \qquad \textbf{4.15}$$

Las *ecuaciones 4.14 y 4.15* permiten construir *el diagrama de interacción resistente* de una columna. En el diseño a flexocompresión, $\emptyset$ toma el valor dado en la *Tabla 3.3*, sin embargo para el caso en que las columnas están sometidas a

grandes esfuerzos flectores y pequeñas fuerzas axiales se permite una disminución del factor de reducción de capacidad $\emptyset$. Así se puede establecer que cuando la columna está sometida sólo a flexión se comporta como una viga, en donde se aplica un valor de $\emptyset = 0.90$, provocando una zona de transición tal como se observa en la *Figura 4.10*.

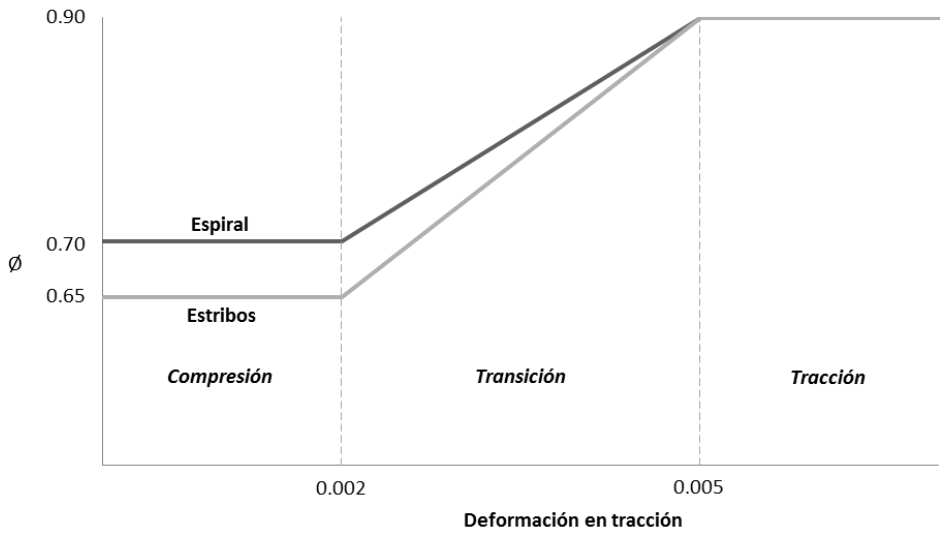


Figura 4.10: Variación del factor de reducción de capacidad Ø

La zona de transición se expresa mediante las siguientes ecuaciones, diferenciándose entre columnas confinadas mediante refuerzo transversal provisto de espirales y estribos.

Espirales:

$$\mathbf{0.70} \leq \emptyset = \mathbf{0.70} + (\boldsymbol{\varepsilon_t} - \mathbf{0.002}) \cdot \frac{\mathbf{200}}{\mathbf{3}} \leq \mathbf{0.90} \qquad \textbf{4.16}$$

Estribos:

$$\mathbf{0.65} \leq \emptyset = \mathbf{0.65} + (\boldsymbol{\varepsilon_t} - \mathbf{0.002}) \cdot \frac{\mathbf{250}}{\mathbf{3}} \leq \mathbf{0.9} \qquad \textbf{4.17}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden expresar en función de la profundidad del eje neutro c/d_t.

Espirales:

$$0.70 \leq \emptyset = 0.70 + 0.20 \cdot \left(\frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3}\right) \leq 0.90 \qquad \textbf{4.18}$$

Estribos:

$$0.65 \leq \emptyset = 0.65 + 0.25 \cdot \left(\frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3}\right) \leq 0.9 \qquad \textbf{4.19}$$

Un requerimiento que establece el código ACI para columnas sometidas solamente a carga axial advierte que su resistencia máxima no debe exceder $0.80 \cdot \emptyset \cdot P_n$ para aquellas confinadas mediante estribos y $0.85 \cdot \emptyset \cdot P_n$ para aquellas confinadas mediante espirales.

Si además del acero de presfuerzo agregamos acero normal corrugado a una columna, el cálculo del diagrama de interacción se desarrolla a partir de las siguientes expresiones:

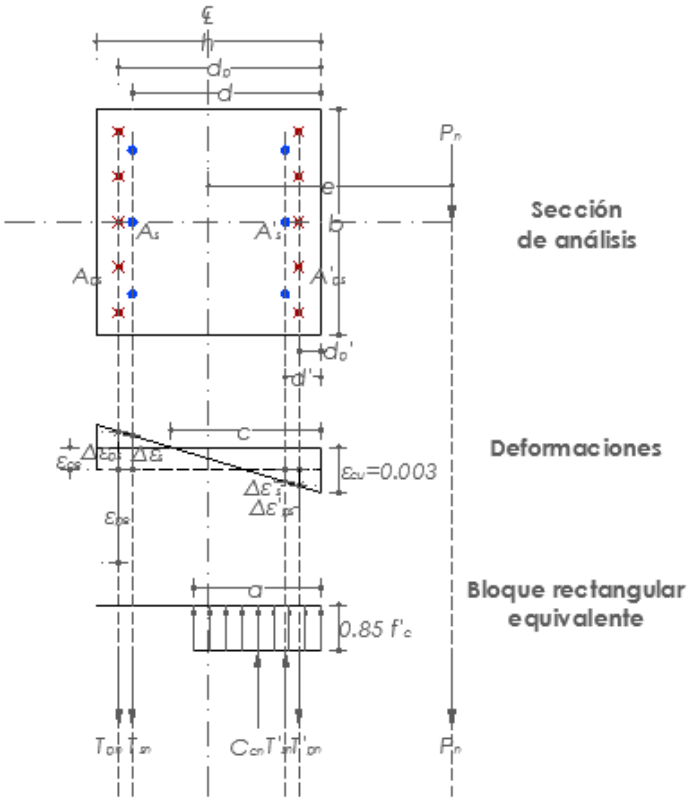


Figura 4.11: Esfuerzos en una columna pretensada con acero corrugado adicional

$$P_n = C_{cn} - T'_{pn} - T_{pn} + T'_{sn} - T_{sn} \qquad \textbf{4.20}$$

$$\boldsymbol{T'_{sn} = A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{c - d'}{c}\right)} \qquad \textbf{4.21}$$

$$\boldsymbol{T_{sn} = A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d - c}{c}\right)} \qquad \textbf{4.22}$$

$$\boldsymbol{M_n = C_{cn} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) - T'_{pn} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'_p\right) + T_{pn} \cdot \left(d_p - \frac{h}{2}\right) + T'_{sn} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + T_{sn} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)} \qquad \textbf{4.23}$$

Cuando una columna es tan larga comparada con su sección transversal que se clasifica como esbelta, la falla de esta ocurre debido a la inestabilidad mucho antes de que falle el material. Dicho de otra manera, la falla se producirá mucho antes de que la deformación del hormigón en la cara sometida a compresión alcance el valor de 0.003. Una vez desarrollado el diagrama de interacción de la columna debemos probar distintas combinaciones de axial y momento que ocurren en el elemento. Dichas combinaciones pueden provenir de distintas fuentes de análisis, siendo la mejor opción aquella que proviene de programas computacionales estructurales tales como SAP2000 o ETABS que involucran en sus operaciones los efectos que producen la esbeltez. Para el programa que se desarrolla paralelo al presente documento es ideal que se introduzcan las cargas axiales y momentos provenientes de un programa estructural que involucre los efectos de la esbeltez (análisis de segundo orden), sin embargo en su defecto, es posible hacer un análisis de primer orden y a través del *método de magnificación de momentos* ensayar la combinación de axial y momento en la columna que se está diseñando. Una explicación más profunda de este tema se encuentra en el *capítulo 8* de [2].

4.3. DISEÑO DE ACUERDO AL CÓDIGO ACI

La teoría indicada anteriormente es una herramienta suficiente para el diseño de una columna sometida a flexocompresión monoaxial. A continuación se ilustra un ejercicio de aplicación mediante el cual es posible consolidar lo aprendido en este capítulo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 3

Diseñar una columna pretensada para que resista una carga axial última $P_u = 250000\,Kg$ combinada con un momento flector último $M_u = 30000\,Kg\,m$. Considerar que la columna será prefabricada en una longitud de $6\,m$. El hormigón usado para su fabricación tiene un $f'_c = 350\ Kg/cm^2$ y los cables de pretensado serán cortados cuando este haya alcanzado un $f'_{ci} = 280\ Kg/cm^2$. Los cables de pretensado tienen una resistencia a la rotura $f_{pu} = 19000\ Kg/cm^2$ y serán

tensados a $f_{pi} = 14250\ Kg/cm^2$, considerando un $23\,\%$ de pérdidas de presfuerzo.

Para la solución se propone usar una columna cuya sección se muestra en la *Figura 4.12*

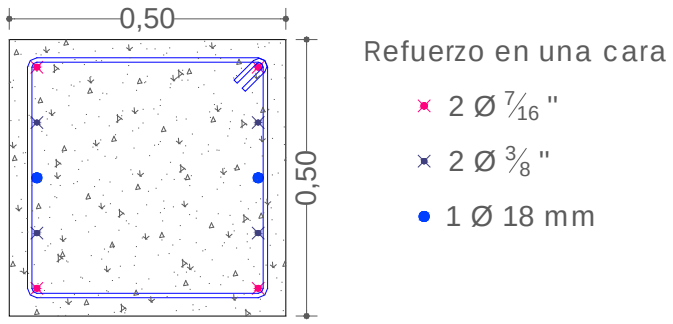


Figura 4.12: Sección de la columna pretensada

a. Diseño al destensar el elemento

Los esfuerzos en el centro de la columna se calculan a través de las *ecuaciones 4.3 y 4.4:*

$$f_{Inf} = -\frac{P_i}{A} + \frac{M_o}{Z_{Inf}}$$

$$f_{Inf} = -\frac{73530}{2500} + \frac{270000}{20833.33}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -16.45\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_i}{A} - \frac{M_o}{Z_{Sup}}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup}} = -\frac{73530}{2500} - \frac{270000}{20833.33}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = -42.37\ Kg/cm^2}$$

Por otro lado, los esfuerzos en los extremos del elemento se calculan de la *ecuación 4.2:*

$$f_{Comp} = -\frac{P_i}{A}$$

$$f_{Comp} = -\frac{73530}{2500}$$

$$\boldsymbol{f_{Comp} = -29.41\ Kg/cm^2}$$

De la *Tabla 3.1* se concluye que los esfuerzos en las fibras inferiores y superiores están dentro de los rangos permitidos, por lo tanto el diseño es correcto.

b. Diseño al transportar el elemento

Los esfuerzos debido al transporte del elemento se calculan mediante las *ecuaciones 4.5 y 4.6*:

$$f_{Inf} = -\frac{P_e}{A} + \frac{1.5 \cdot M_o}{Z_{Inf}}$$

$$f_{Inf} = -\frac{56618.10}{2500} + \frac{1.5 \cdot 270000}{20833.33}$$

$$\boldsymbol{f_{Inf} = -3.21\ Kg/cm^2}$$

$$f_{Sup} = -\frac{P_e}{A} - \frac{1.5 \cdot M_o}{Z_{Sup}}$$

$$f_{Sup} = -\frac{56618.10}{2500} - \frac{1.5 \cdot 270000}{20833.33}$$

$$\boldsymbol{f_{Sup} = -42.09\ Kg/cm^2}$$

De igual manera estos esfuerzos cumplen las limitaciones máximas por lo que el diseño es correcto.

c. Diseño última resistencia a flexocompresión

En este punto el objetivo es crear el diagrama de interacción dando valores de c y calculando la axial y momento flector nominal.

1er punto: Columna sometida solamente a esfuerzos flectores, es decir $P_n = 0$

$$P_n = C_{cn} - T'_{pn} - T_{pn} + T'_{sn} - T_{sn}$$

$$C_{cn} - T'_{pn} - T_{pn} + T'_{sn} - T_{sn} = 0$$

El valor de a que satisface la ecuación anterior, teniendo en consideración los valores máximos que pueden adoptar f_{ps} y f_y es:

$$\boldsymbol{a = 5.28\ cm}$$

Se resumen a continuación los valores de las fuerzas de cada material:

$C_{cn} = 78613.15\ Kg$

$T'_{pn} = 24959.08\ Kg$

$T_{pn} = 46678.50\ Kg$

$T'_{sn} = 3712.13\ Kg$

$T_{sn} = 10687.70\ Kg$

Si sumamos los valores anteriores obtenemos $\boldsymbol{P_n = 0}$. De la *ecuación 4.23* tenemos:

$$\boldsymbol{M_n = 24799.82\ Kg\ m}$$

2do punto: Cuando $c = 11\ cm$

El valor de a es $8.80\ cm$ y las fuerzas provenientes de cada material, respetando sus resistencias máximas son:

$C_{cn} = 130900\ Kg$

$T'_{pn} = 20279.08\ Kg$

$T_{pn} = 46678.50\ Kg$

$T'_{sn} = 8328.08\ Kg$

$T_{sn} = 10687.70\ Kg$

De la *ecuación 4.20 y 4.23* se obtiene el valor de P_n y M_n respectivamente:

$$\boldsymbol{P_n = 61582.80\ Kg}$$

$$\boldsymbol{M_n = 36048.44\ Kg\ m}$$

3er punto: Cuando $c = 20\ cm$

Se tiene que a es $16\ cm$ y las fuerzas son:

$C_{cn} = 238000\ Kg$

$T'_{pn} = 17112.72\ Kg$

$T_{pn} = 46678.50\ Kg$

$T'_{sn} = 10687.70\ Kg$

$T_{sn} = 10687.70\ Kg$

Los valores de P_n y M_n son:

$$\boldsymbol{P_n = 174208.78\ Kg}$$

$$\boldsymbol{M_n = 50648.23\ Kg\ m}$$

4to, 5to y 6to punto: Cuando $c = 28,\ 40\ y\ 50\ cm$ respectivamente

Siguiendo el mismo procedimiento anterior se obtiene la axial y momento flector nominal para los valores de c mencionados y se resumen a continuación en la *Tabla 4.1*.

7mo punto: Columna sometida solamente a esfuerzos axiales, es decir $M_n = 0$

En este punto el valor de c puede ser tan grande que se considera infinito, sin embargo el valor máximo que puede tomar a es $h = 50\ cm$.

Siguiendo el mismo proceso anterior tenemos:

$C_{cn} = 743750\ Kg$

$T'_{pn} = 13242.72\ Kg$

$T_{pn} = 46678.50\ Kg$

$T'_{sn} = 10687.70\ Kg$

$T_{sn} = -10687.70\ Kg$

Obteniendo que los valores de P_n y M_n son:

$$\boldsymbol{P_n = 738639.96\ Kg}$$

$$\boldsymbol{M_n = 0\ Kg\ m}$$

Los valores de la carga axial y momento flector nominal de los 7 puntos anteriores se resumen en la *Tabla 4.1*:

Tabla 4.1: Resumen del diagrama de interacción nominal

Punto	*c (cm)*	*a (cm)*	*Ccn (Kg)*	*T'pn (Kg)*	*Tpn (Kg)*	*T'sn (Kg)*	*Tsn (Kg)*	*Pn (Kg)*	*Mn (Kg m)*
1	6.6	5.28	78613.15	24959.08	46678.50	3712.13	10687.70	**0.00**	**24799.82**
2	11	8.8	130900.00	20279.08	46678.50	8328.08	10687.70	**61582.80**	**36048.44**
3	20	16	238000.00	17112.72	46678.50	10687.70	10687.70	**174208.78**	**50648.23**
4	28	22.4	333200.00	16007.01	38121.29	10687.70	9269.94	**280489.46**	**54395.99**
5	40	32	476000.00	15177.72	30657.72	10687.70	1908.52	**438943.74**	**48455.24**
6	50	40	595000.00	14790.72	27174.72	10687.70	-1526.81	**565249.07**	**34058.98**
7	∞	50	743750.00	13242.72	13242.72	10687.70	-10687.70	**738639.96**	**0.00**

Graficando las últimas dos columnas de la tabla anterior se obtiene el *Gráfico 4.1*:

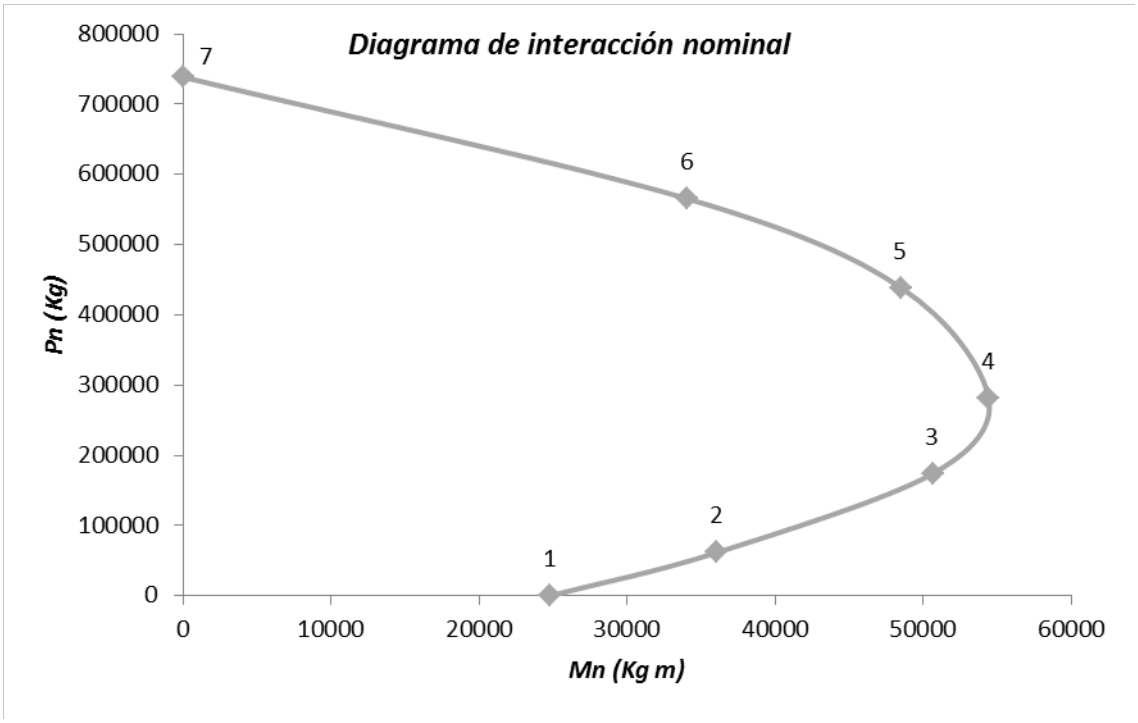


Gráfico 4.1: Diagrama de interacción nominal

A continuación, para obtener el diagrama de interacción resistente es necesario aplicar la *ecuación 4.19* y determinar el valor de ∅ para la reducción de capacidad de la columna. Además es necesario calcular la carga axial máxima resistente establecida por el ACI, considerando para el presente caso el refuerzo transversal será provisto mediante estribos. Estos resultados están resumidos en la *Tabla 4.2* y su representación en el *Gráfico 4.2*:

Tabla 4.2: Resumen del diagraman de interacción resistente

Punto	*c (cm)*	*Pn (Kg)*	*Mn (Kg m)*	*c/dp*	*Ø*	*Ø Pn (Kg)*	*Ø Pn max (Kg)*	*Ø Pn (Kg)*	*Ø Mn (Kg m)*
1	6.6	0.00	24799.82	0.15	0.90	0.00		**0.00**	**22319.84**
2	11	61582.80	36048.44	0.24	0.90	55424.52		**55424.52**	**32443.59**
3	20	174208.78	50648.23	0.44	0.80	139367.03		**139367.03**	**40518.59**
4	28	280489.46	54395.99	0.62	0.65	182318.15	384092.78	**182318.15**	**35357.39**
5	40	438943.74	48455.24	0.89	0.65	285313.43		**285313.43**	**31495.91**
6	50	565249.07	34058.98	1.11	0.65	367411.90		**367411.90**	**22138.33**
7	∞	738639.96	0.00	∞	0.65	480115.97		**384092.78**	**0.00**

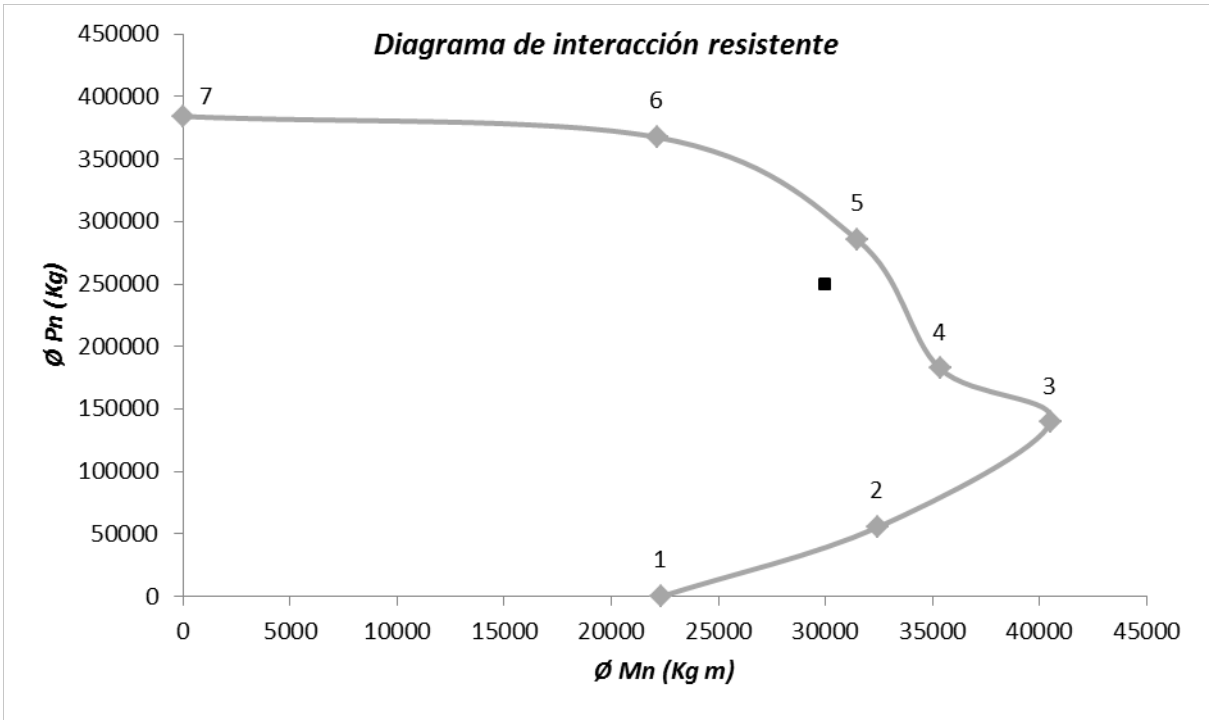


Gráfico 4.2: Diagrama de interacción resistente

En el *Gráfico 4.2* se observa la solicitación definida en el enunciado del presente ejercicio. Debido a que la solicitación de la columna se encuentra dentro del diagrama de interacción resistente es preciso concluir que dicho elemento está en condición de soportarla, razón suficiente para declarar que el diseño es correcto. Este mismo ejercicio es reproducido mediante el software de cálculo desarrollado en paralelo al presente documento, donde es posible observar la igualdad de resultados. Dicho ejercicio se incluye en el *Anexo B.*

5

PROGRAMA INFORMÁTICO PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS PRETENSADOS

Construcción de losa de entrepiso mediante viguetas pretensadas, Edificio Portal del Ejido, Av. Remigio Tamariz

Una vez desarrollada la teoría para el diseño de elementos de hormigón pretensado, parte fundamental de este trabajo es desarrollar un programa computacional que nos permita realizar los cálculos de una manera rápida y precisa. Sin embargo es necesario contemplar que la función de dicho programa computacional no solo es la de brindar cálculos correctos sino también dar una interfaz agradable al usuario de manera que sea amigable y fácil de usar.

El camino para desarrollar un software inicia en establecer la serie de pasos que el programa realizará de una manera esquemática, para luego traducirlo en un lenguaje tal que comprenda el computador mediante el uso de un *desarrollador o programador*. Actualmente existen innumerables desarrolladores, cada uno de ellos enfocado en un área específica de estudio. El software desarrollado conjuntamente a este documento se construyó mediante el desarrollador *Visual Basic*.

La manera de traducir una serie de procedimientos al lenguaje del computador es a través del *código fuente*, que se define como una serie de comandos en donde esta detallado toda la funcionabilidad del software. Cada programador tiene su código fuente característico lo que hace que sea como un idioma distinto, sin embargo existen ciertas similitudes que permiten analogías entre ellos. Es importante aclarar las dificultades que involucran trabajar con un programador

desconocido, como lo fue el presente caso, sin embargo se logró aprender sus principales funciones y elaborar el software pretendido.

Por motivos de extensión y alcance del presente texto no se profundizará en el código fuente del programador Visual Basic, sin embargo se mostrará paso a paso el desarrollo del software de una manera sintetizada.

5.1. DIAGRAMAS DE FLUJO PARA LOS DISTINTOS ELEMENTOS A DISEÑARSE

La manera más fácil de mostrar una secuencia lógica de pasos es a través de un diagrama de flujo, método muy usado en programación. Se usará dicho sistema para indicar todo el proceso que implica el diseño de los elementos pretensados estudiados en el presente documento.

Tanto las vigas como las losas son elementos que resisten cargas perpendiculares a su eje principal, es decir soportan esfuerzos de flexión y cortante, por lo que estos se diseñan de forma similar. Por otro lado las columnas, que son elementos que soportan cargas axiales y de flexión, se diseñan de una manera particular como se indicó en el capítulo anterior.

En resumen son 2 los diseños que se deben explicar mediante los diagramas de flujo: vigas y columnas. Los elementos sometidos a flexión y cortante se pueden diseñar siguiendo el diagrama de flujo de la *Figura 5.1*:

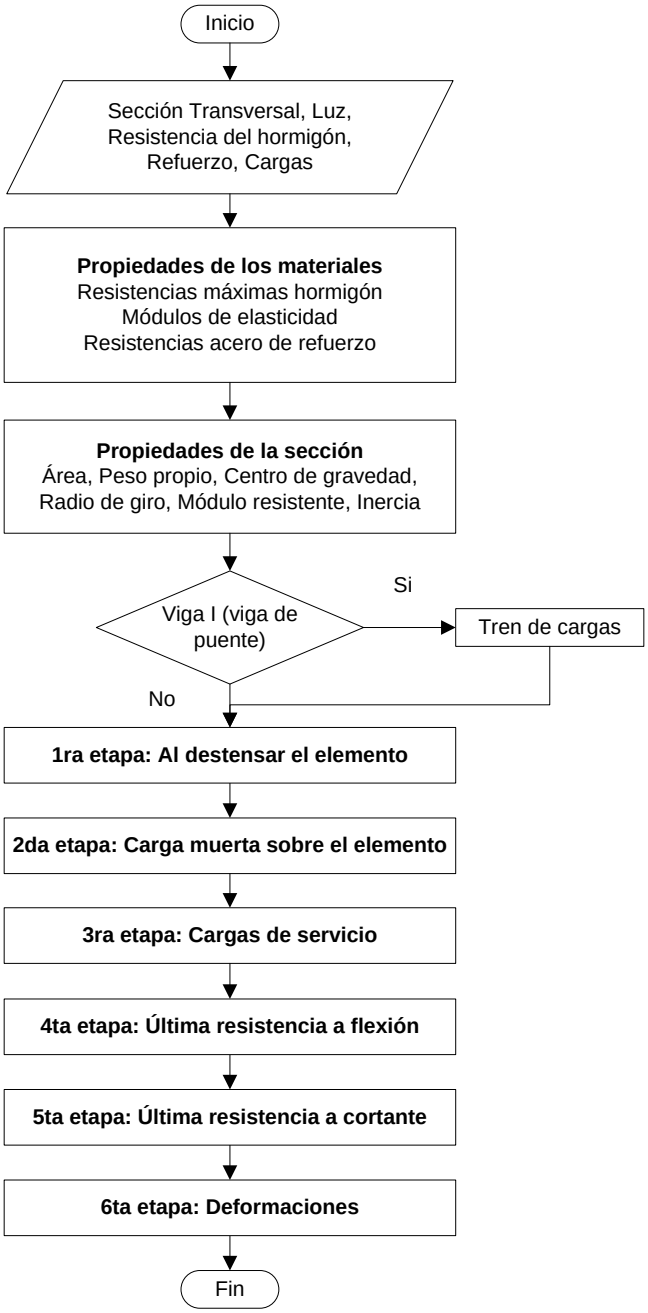


Figura 5.1: Diagrama de flujo para el diseño de un elemento sometido a flexión y cortante

Cada sección del diagrama de flujo anterior se puede expresar a través de otra serie de pasos interna conocida como *sub función*. A continuación se presenta los diagramas de flujo de cada etapa de diseño.

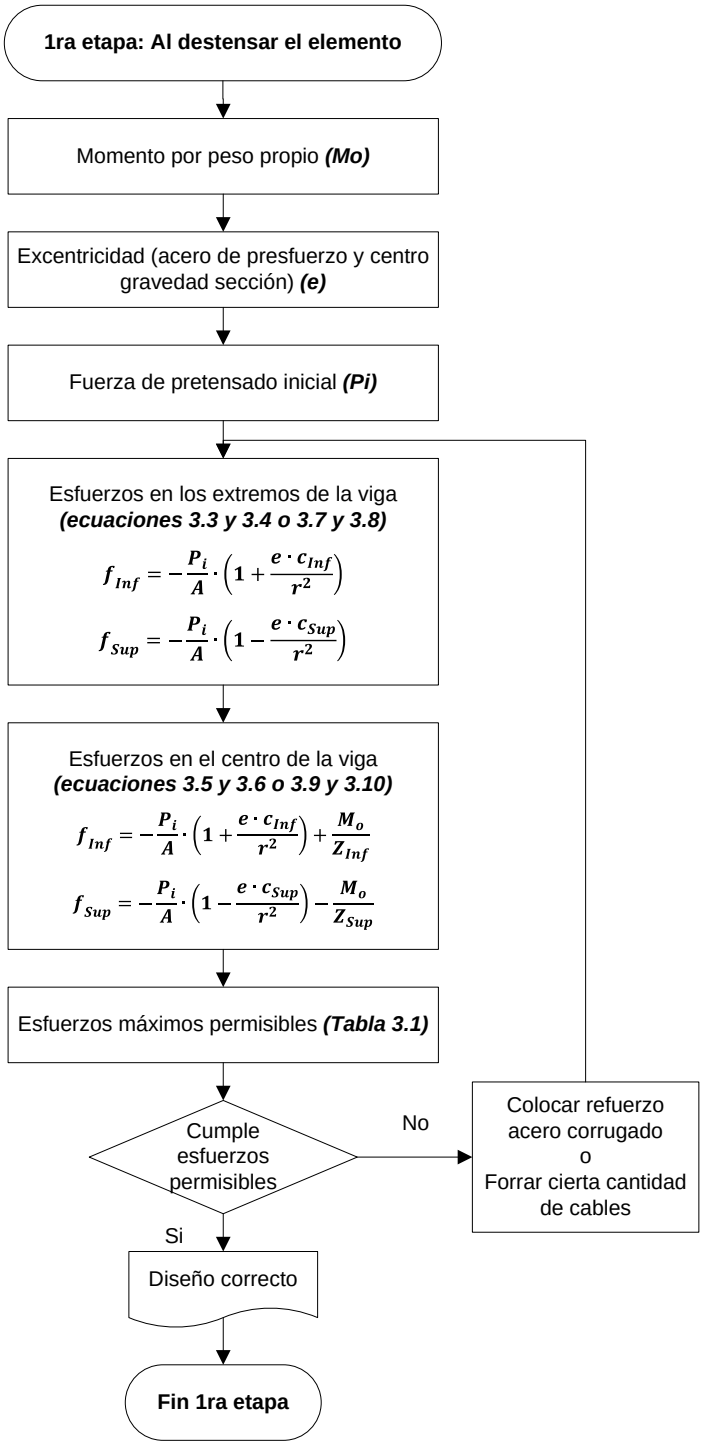


Figura 5.2: Sub función para el diseño al destensar el elemento

Las ecuaciones usadas en cada procedimiento se especifican en el diagrama de flujo, lo que hace posible revisar la parte del texto en donde ellas se encuentran. Es válido aclarar que por motivos de simplicidad ciertos procedimientos básicos se

omiten en el diagrama de flujo, sin embargo el lector será capaz de identificar esto sin ningún esfuerzo.

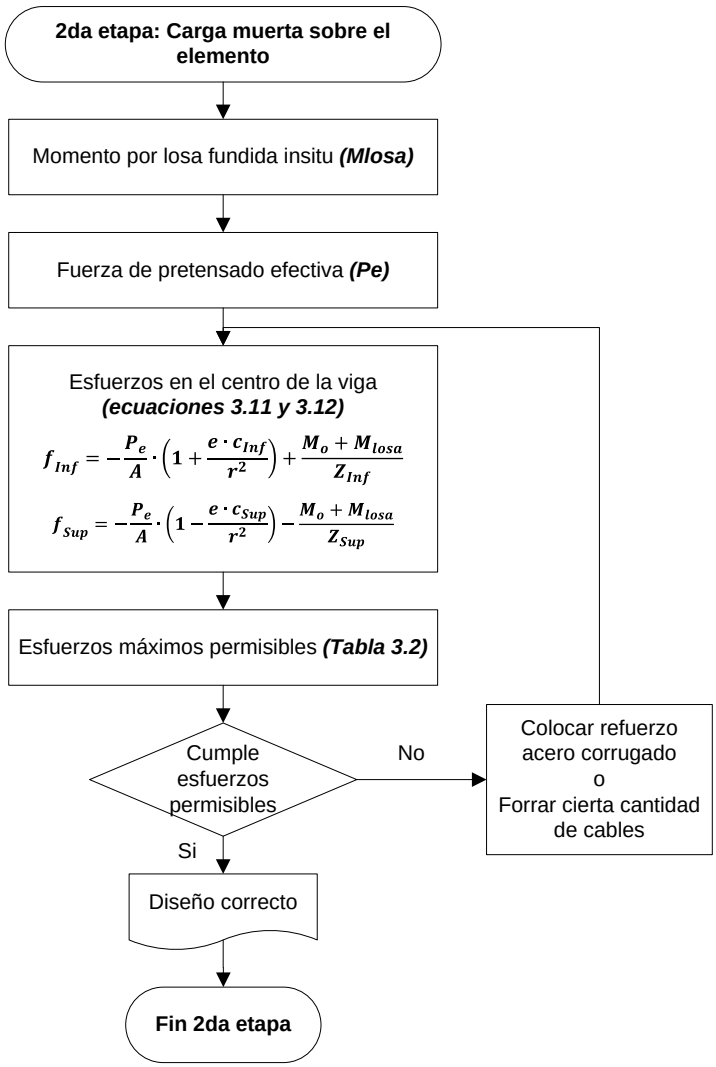


Figura 5.3: Sub función para el diseño al colocar carga muerta sobre el elemento

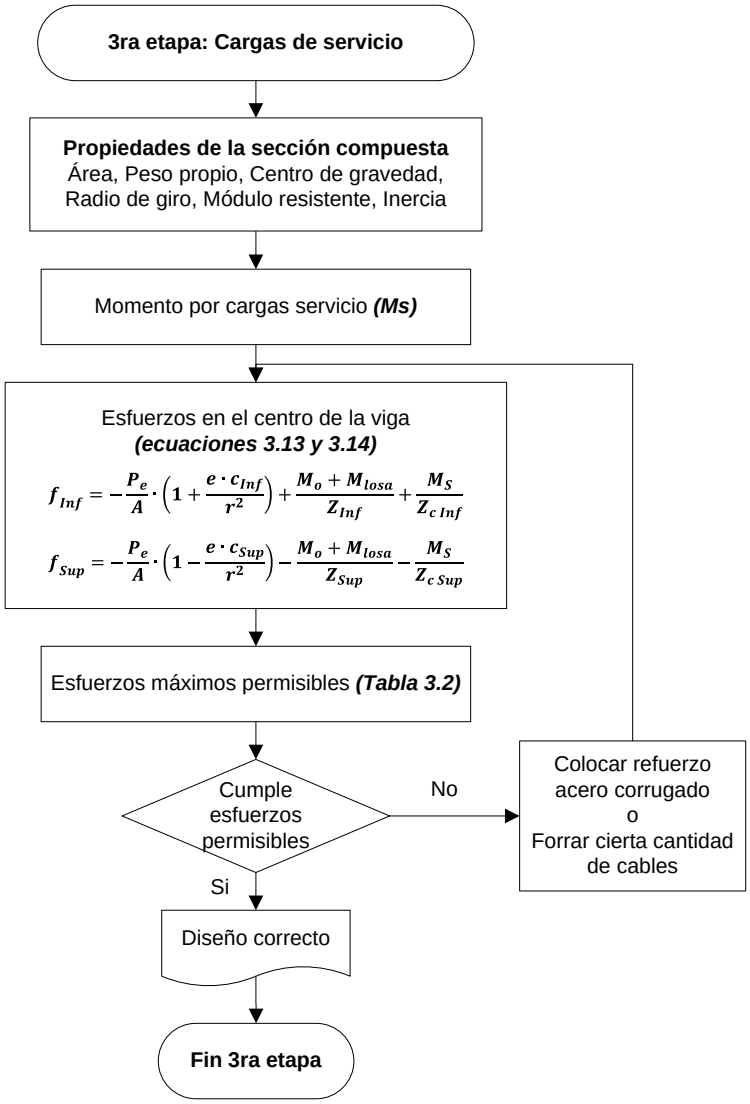


Figura 5.4: Sub función para el diseño por cargas de servicio

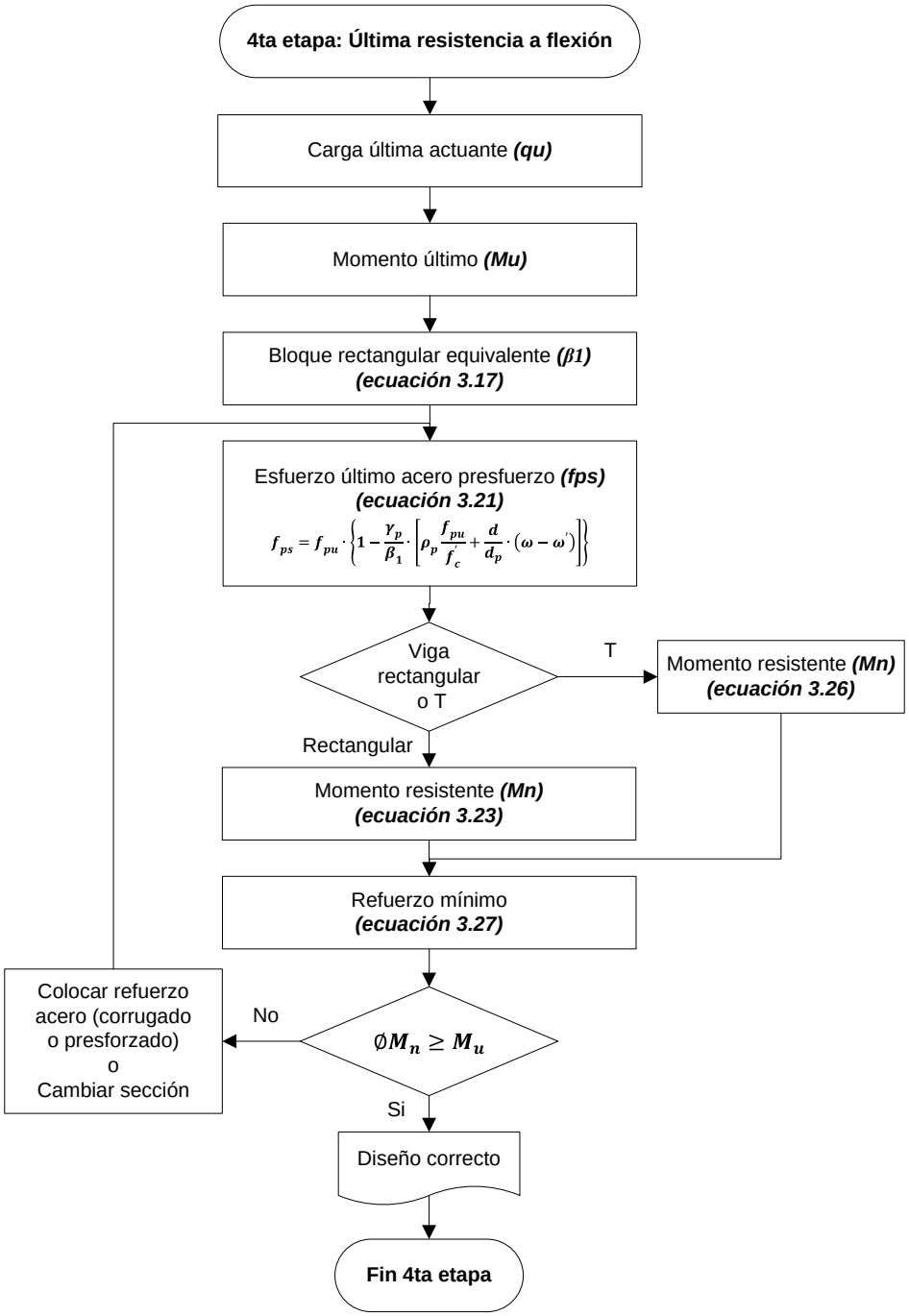


Figura 5.5: Sub función para el diseño última resistencia a flexión

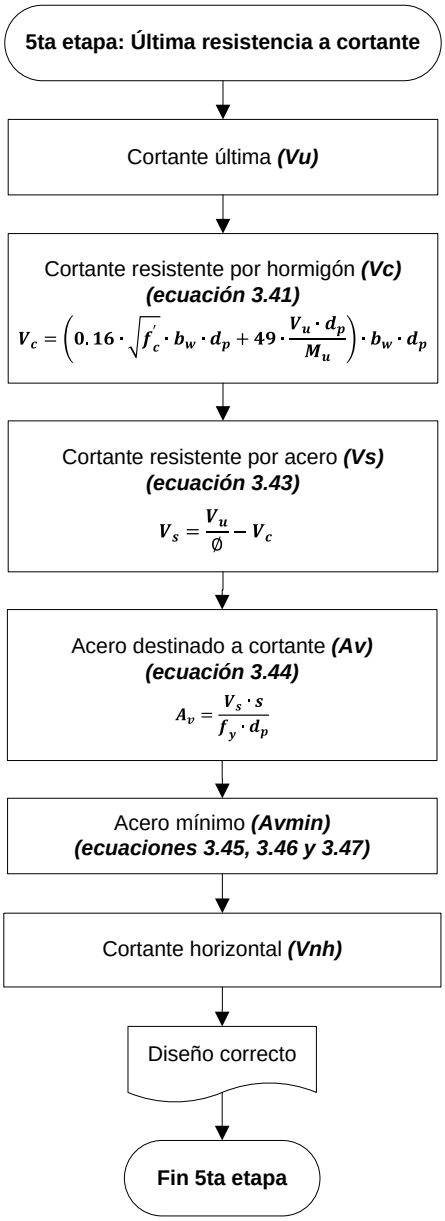


Figura 5.6: Sub función para el diseño última resistencia a cortante

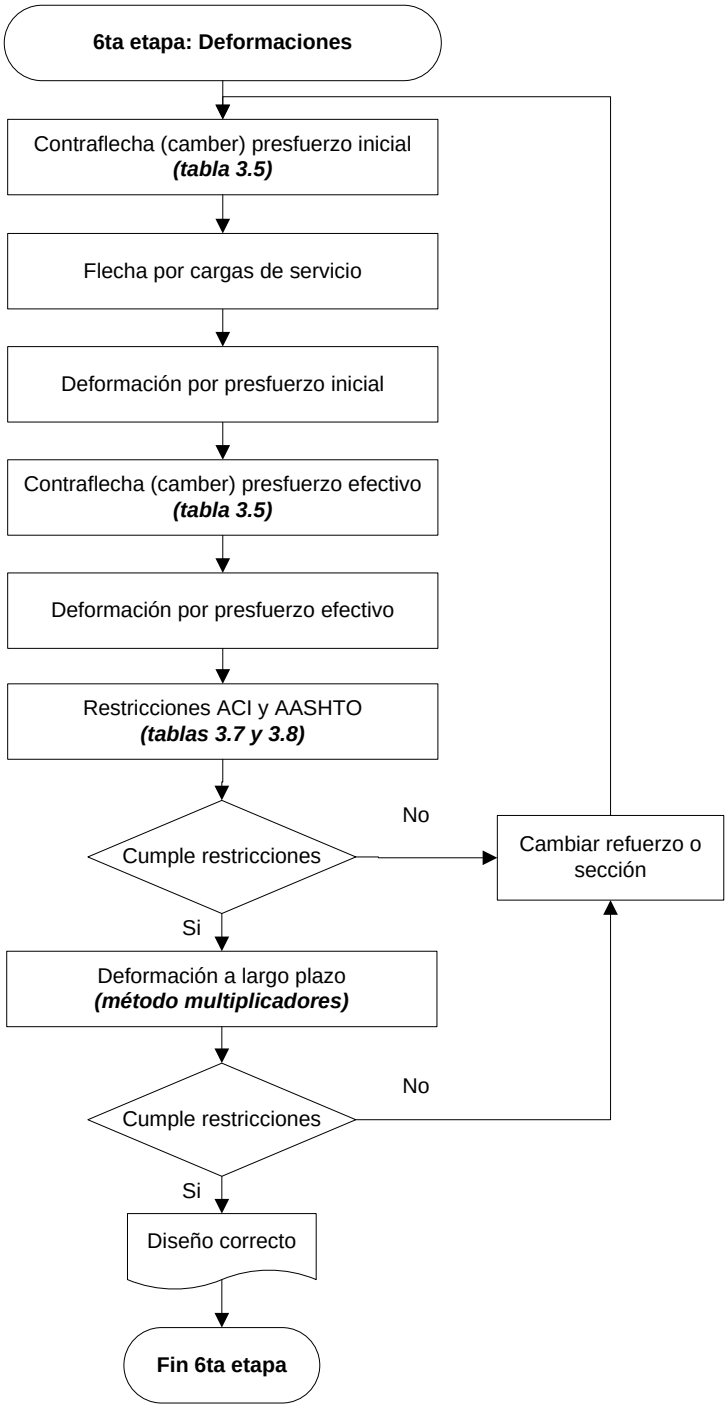


Figura 5.7: Sub función para el cálculo de deformaciones

Siguiendo el procedimiento de los diagramas anteriores es posible diseñar todos los elementos que resisten cargas a flexión y cortante, obteniendo un diseño correcto si en cada una de las etapas las especificaciones se cumplen.

El procedimiento para diseñar un elemento que resiste esfuerzos de flexocompresión es un poco distinto al de las vigas, aunque para ciertas etapas se toman algo de ellas. Los diagramas de flujo que sintetizan el procedimiento para el diseño de columnas se muestran a continuación:

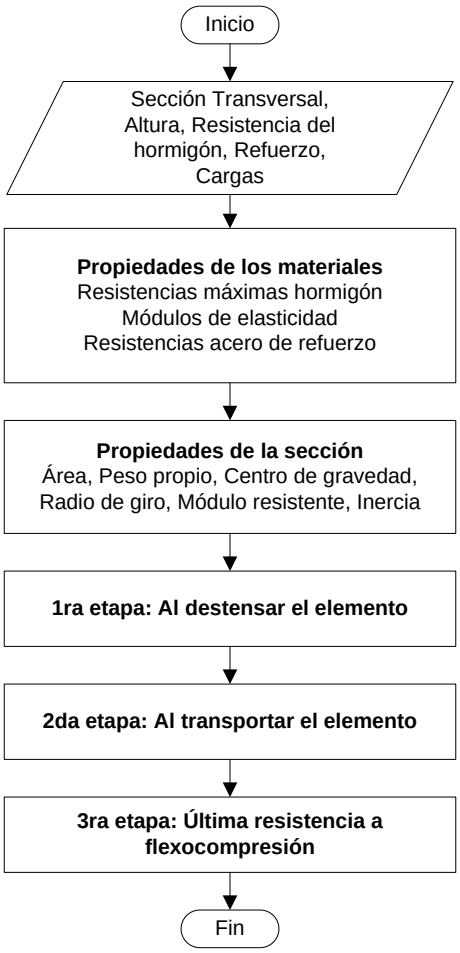


Figura 5.8: Diagrama de flujo para el diseño de un elemento sometido a flexocompresión

El diagrama anterior es sólo una síntesis del proceso total y las sub funciones se presentan en los diagramas de flujo a continuación:

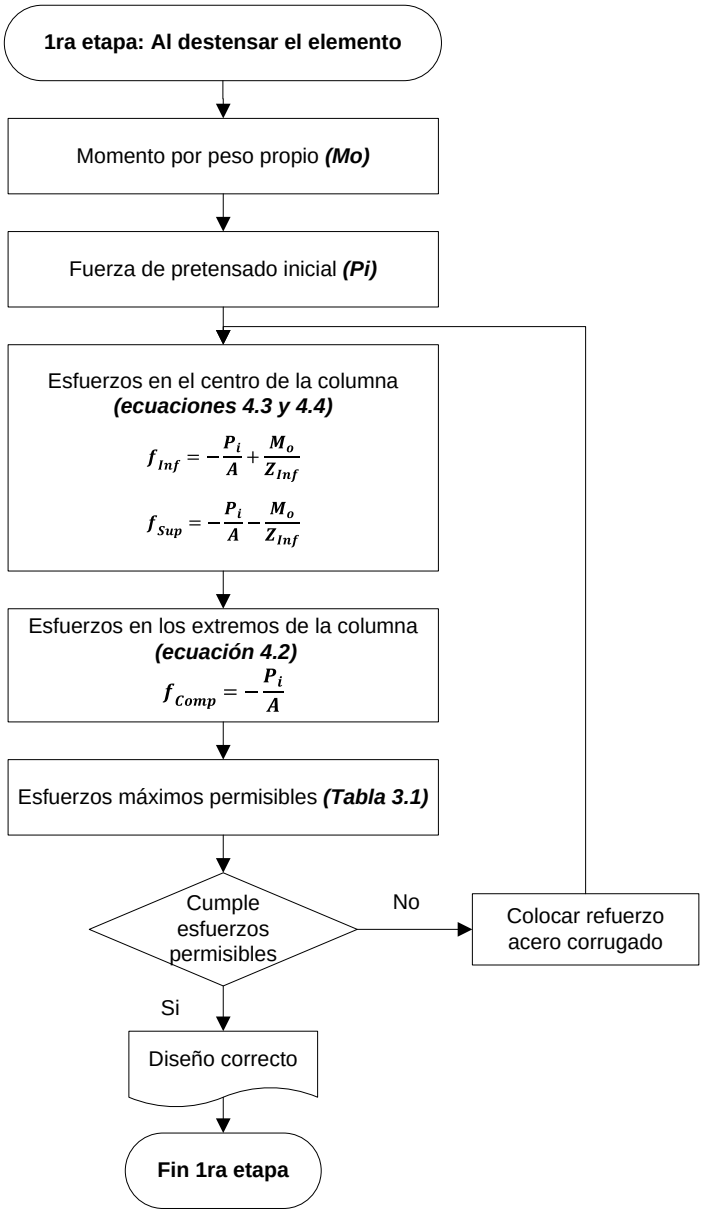


Figura 5.9: Sub función para el diseño al destensar el elemento

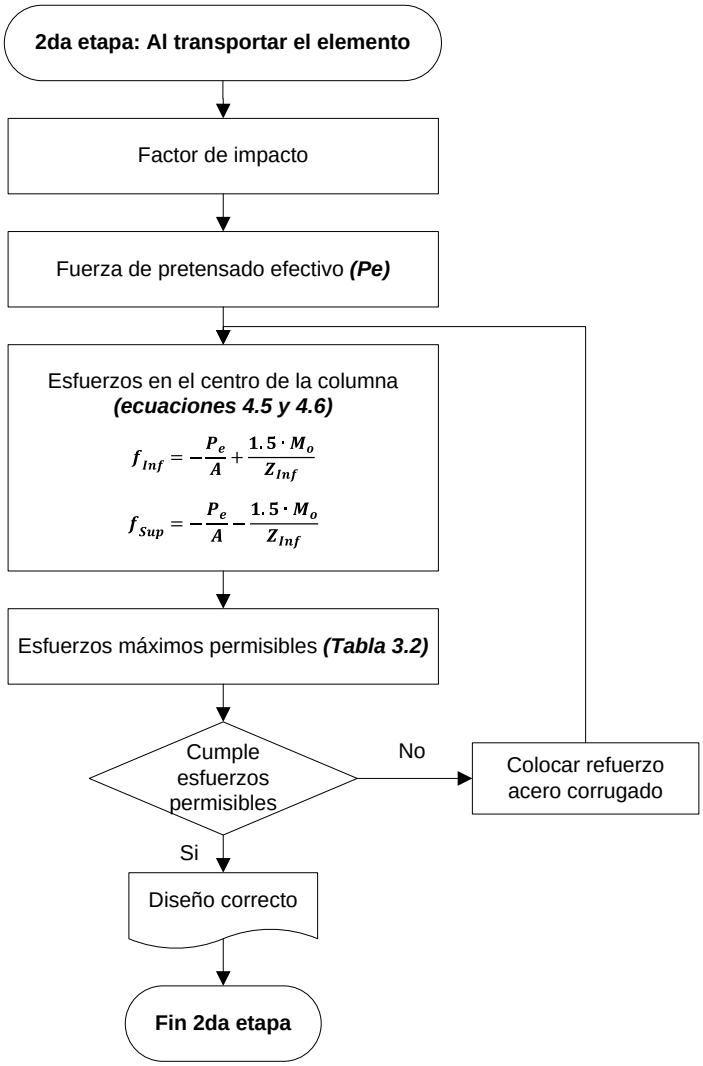


Figura 5.10: Sub función para el diseño al transportar el elemento

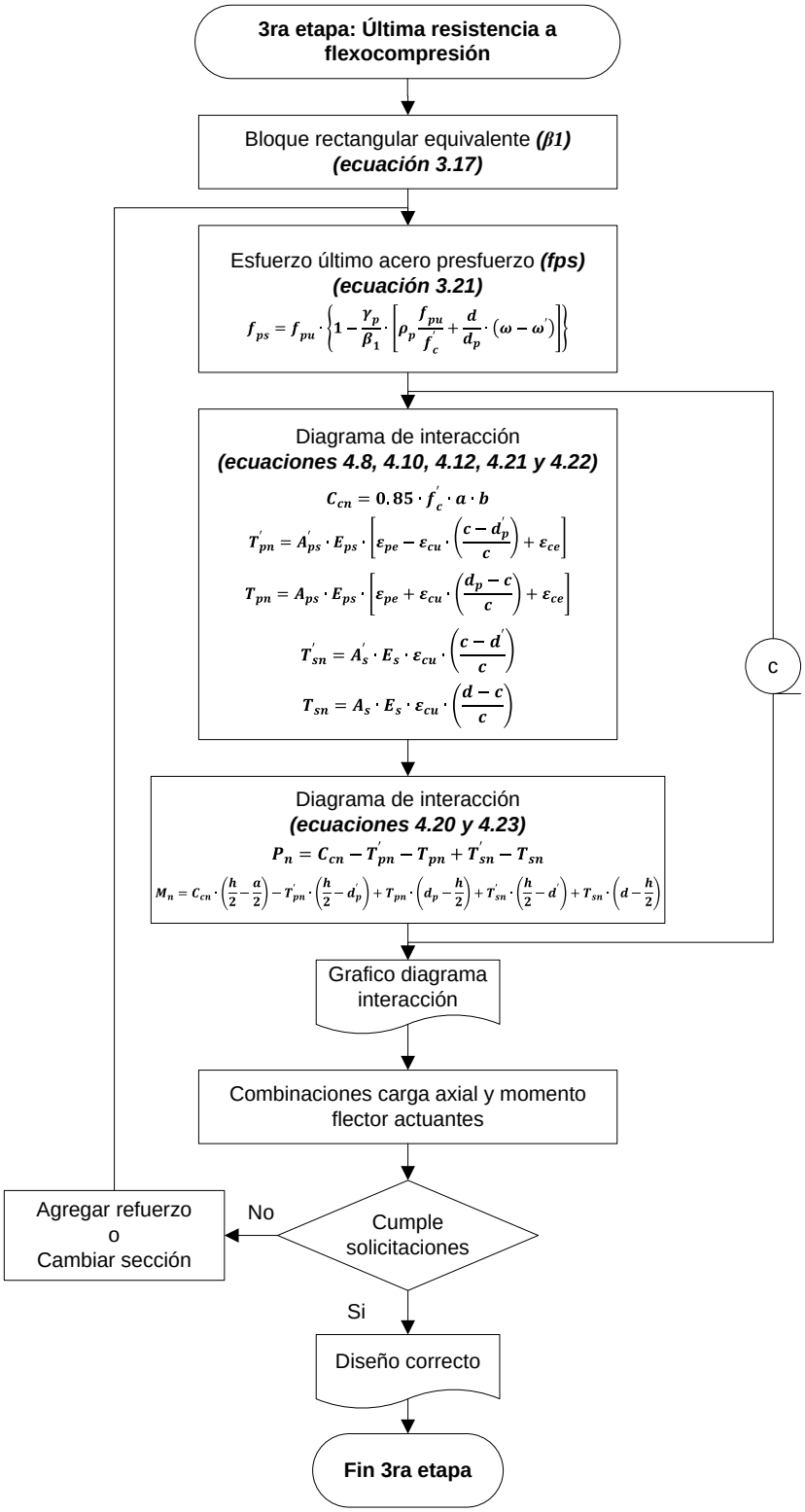


Figura 5.11: Sub función para el diseño última resistencia a flexocompresión

Con los diagramas de flujo de las *Figura 5.8 a Figura* 5.11 es posible diseñar una columna pretensada sometida a flexocompresión monoaxial. En general el establecer la secuencia de pasos que seguirá un programa es el alma de este, siendo algo secundario el traducir dichos pasos al lenguaje del computador.

5.2. JUSTIFICACIÓN DEL SOFTWARE UTILIZADO

El desarrollar un software para ser usado en el cálculo y diseño de estructuras es un tema bastante complejo ya que requiere en primer lugar conocer a fondo la teoría referente a las operaciones que dicho programa realizará y en segundo lugar, conocer acerca del programador para llevar dicha teoría al lenguaje del computador.

El principal objetivo al desarrollar un software es que sea capaz de realizar cálculos con alta precisión y en corto tiempo, pero además considero muy importante la interfaz de usuario que este tenga para así proporcionar al operador un manejo agradable y fácil.

Actualmente existen muchos programadores o técnicamente llamados *lenguajes de programación*, cada uno enfocado a una cierta área en especial. Por experiencia de uso, uno de los lenguajes de programación más potente que existe es *MatLab,* sin embargo el introducir su capacidad en una interfaz gráfica agradable al usuario es muchísimo más complejo que otros como por ejemplo *Visual Basic*.

Visual Basic es un programador desarrollado por Microsoft del cual su principal característica es que es dirigido por eventos, es decir que todos los procedimientos que en el ocurren son determinados por el usuario mediante las interacciones que éste haga con el computador. Actualmente el lenguaje de programación Visual Basic trabaja sobre el entorno Visual Studio, con el cual se desarrollará el software objeto.

Visual Basic es uno de los lenguajes de programación que aunque tiene bastante tiempo en el mercado es uno de los más completos y fáciles de usar. La gran capacidad que tiene Visual Basic de permitir programar por medio de objetos y así obtener una interfaz gráfica agradable al usuario es el motivo principal de su elección.

Figura 5.12: Ventana de apertura de Visual Studio 2012

Vale la pena aclarar la dificultad que implica el desarrollar un software trabajando en un lenguaje de programación desconocido para el usuario. El aprender el código de fuente de un programador es un estudio extensivo que si bien no se está enfocando a ello el presente documento es importante nombrarlo.

La versión del programador usada para alcanzar el objetivo del presente documento es Visual Studio Ultimate 2012 v. 4.5.50938. La *Figura 5.13* muestra la ventana principal de trabajo de Visual Studio, la cual tiene el aspecto característico de los programas desarrollados por Microsoft lo que a su vez permite un manejo bastante llevadero.

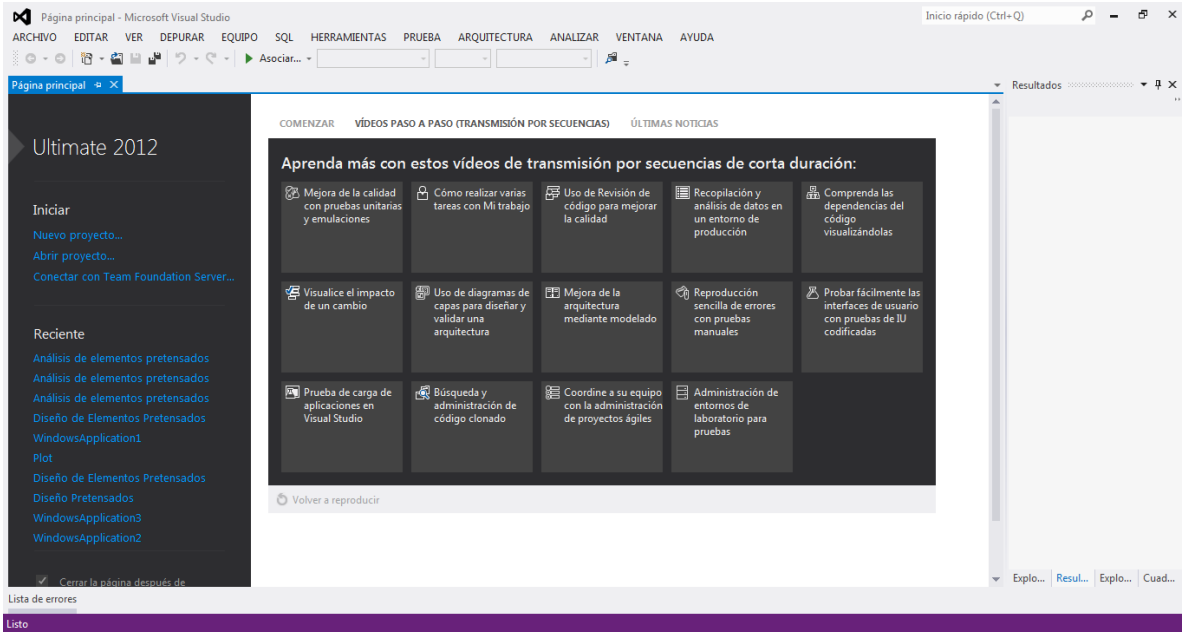


Figura 5.13: Ventana principal de Visual Studio 2012

5.3. DESARROLLO DEL PROGRAMA

Como se indicó desde un principio, el presente documento no se enfocará en el estudio del código fuente para el desarrollo del programa objeto, principalmente por motivos de extensión y alcance. El código fuente para el diseño de cada elemento tiene una extensión promedio de 2500 líneas, lo que hace entendible su no explicación.

Es válido aclarar que el usuario del software no trabajará o siquiera visualizará el código fuente del programa debido a que este será *empaquetado y compilado en un archivo ejecutable (.exe)*. Esto significa que cualquier usuario puede utilizar el software desarrollado independientemente si este tiene o no Visual Studio en su computador, o dicho de otra manera es un software autónomo.

El software desarrollado consta de varias ventanas con botones y según sea el que se pulse se sigue por un camino u otro. La primera ventana que se encontrará en el software será aquella mostrada en la *Figura 5.14*.

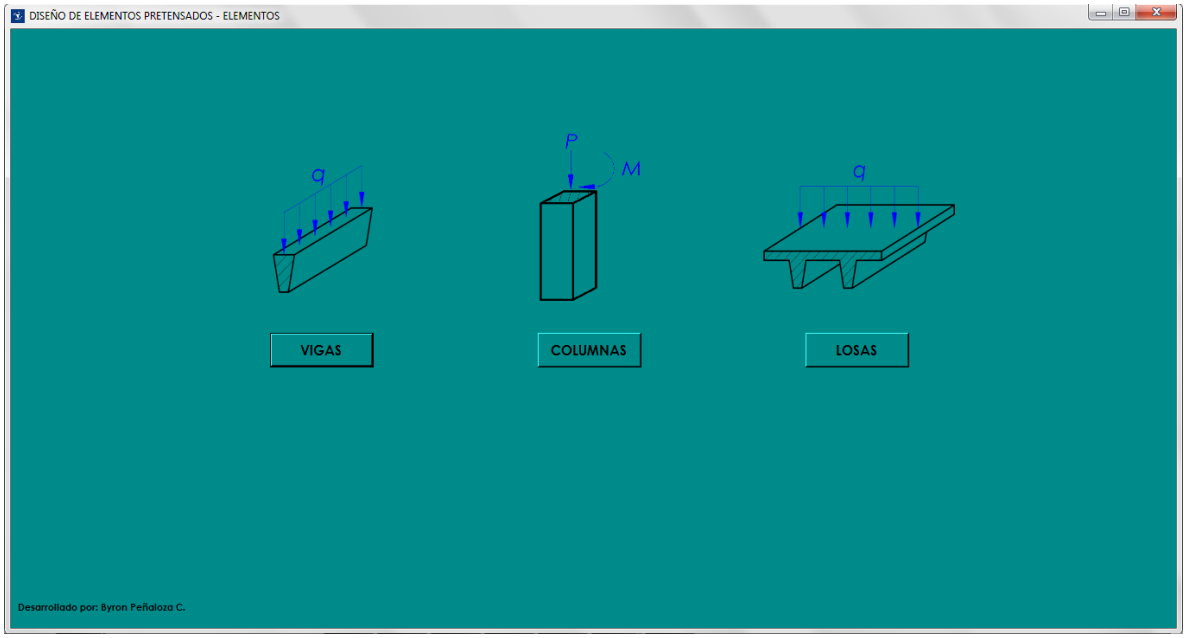


Figura 5.14: Ventana del programa. Elección del elemento pretensado a diseñarse

Claramente se observa los 3 tipos de elementos a diseñarse: vigas, columnas y losas. Si se decide por el diseño de vigas, aparecerá una ventana como la mostrada en la *Figura 5.15*, en la que es posible escoger entre 5 tipos de vigas: I, T invertida, L, rectangular y vigueta. Al escoger una de ellas se llega al diseño propiamente dicho.

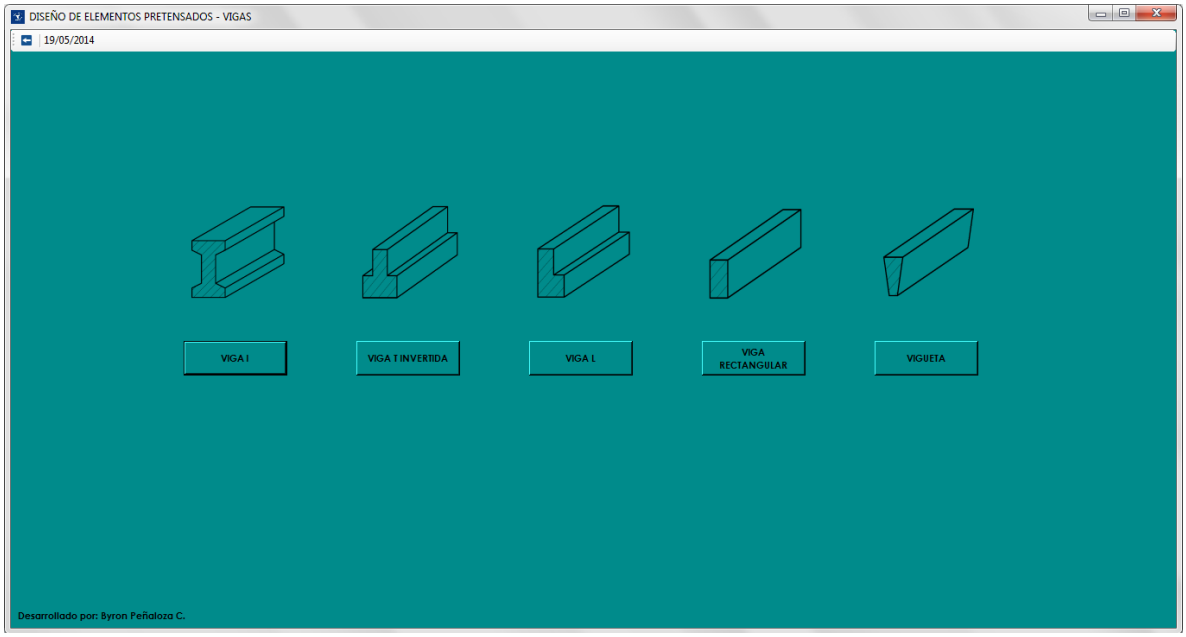


Figura 5.15: Ventana del programa. Elección de vigas pretensadas

Por otro lado si se escoge el botón columnas el programa nos dirige directamente a su diseño debido a que el software únicamente nos permite diseñar columnas rectangulares. Si por último elegimos el botón losas, aparece una ventana como el de la *Figura 5.16* desde donde es posible elegir entre diseñar losas TT y macizas. La *Figura 5.17* muestra un mapa general del software.

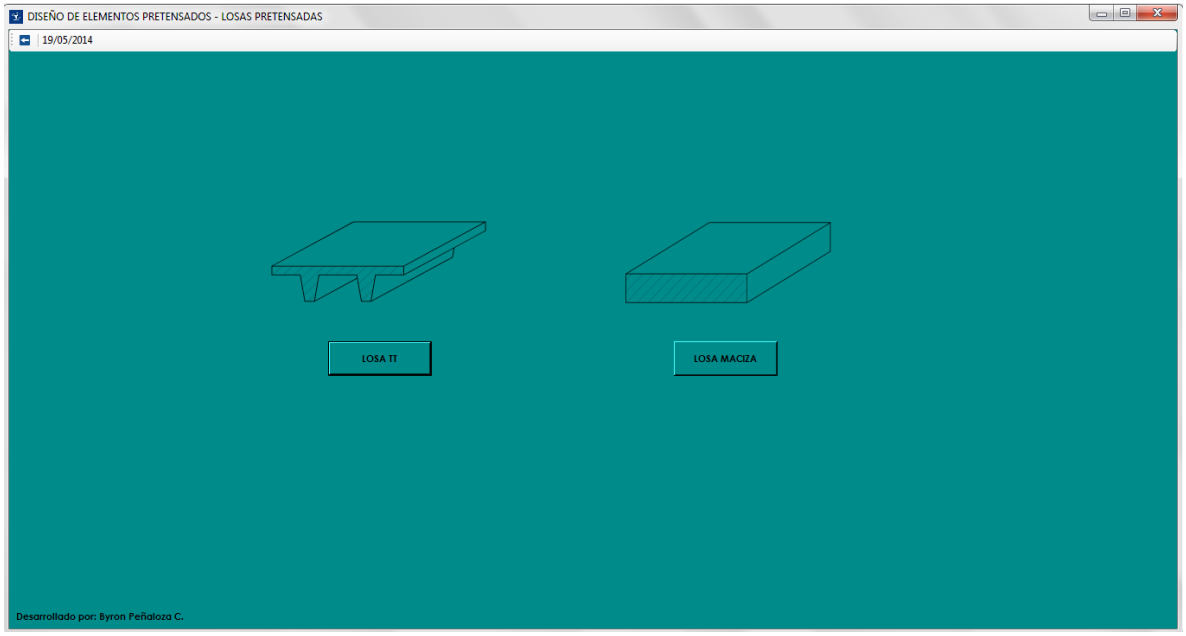


Figura 5.16: Ventana del programa. Elección de losas pretensadas

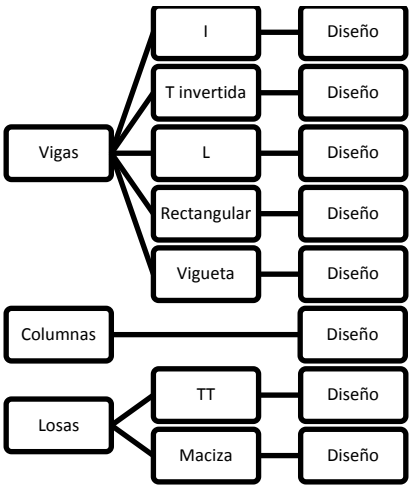


Figura 5.17: Mapa general del software

Para no extender la explicación del software a desarrollarse, el estudio se enfocará únicamente en la viga I, siendo muy similar el diseño de los demás elementos. Entonces, si se pulsa el botón viga I de la *Figura 5.15* aparece en pantalla una ventana como el de la Figura 5.18:

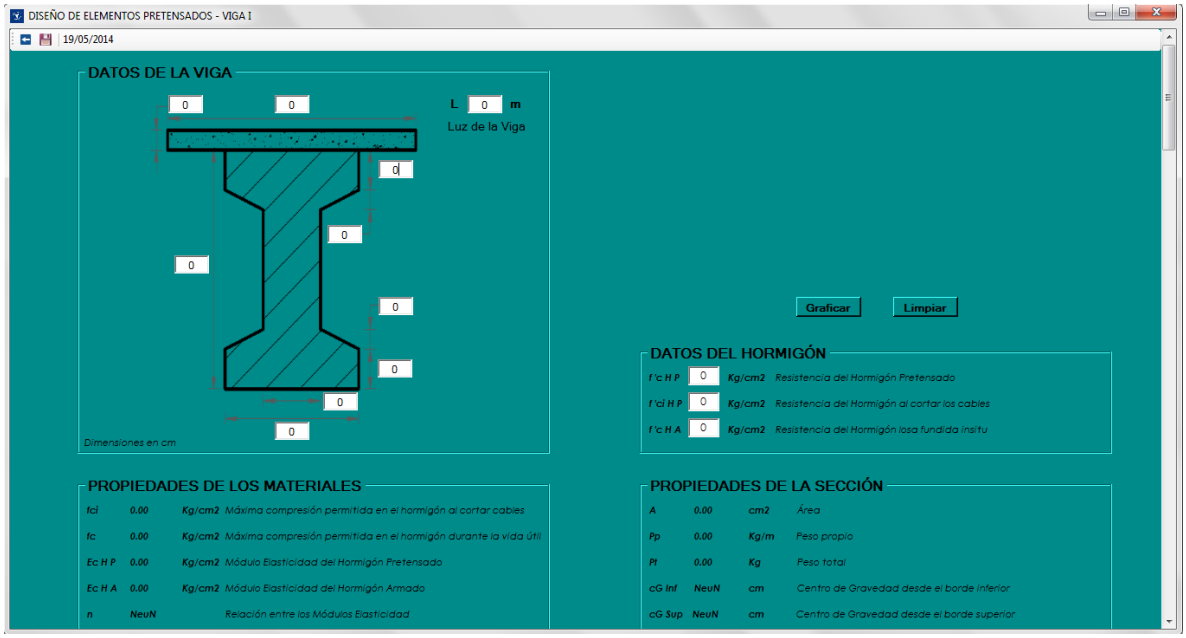


Figura 5.18: Ventana del programa. Viga I (parte 1)

Tal como puede observarse, la ventana de diseño está dividida en secciones. A continuación explicaremos cada una de ellas:

- **Datos de la viga**

El usuario debe ingresar las dimensiones de la sección de la viga y la luz de cálculo de ella. La sección de la viga es algo variable y depende principalmente del encofrado que se posee para su construcción. Las dimensiones que se ingresen para la sección transversal deberán estar en centímetros mientras que la luz de cálculo en metros. Junto a esta sección existen dos botones: *Graficar* que permite construir un dibujo a escala de la sección transversal de la viga y así tener una mejor apreciación de ella y *Limpiar* que borra el dibujo graficado.

- **Datos del hormigón**

En esta sección existen cuadros de textos en donde se coloca la resistencia a la compresión del hormigón con la que se construirá el elemento. Además se incluye la resistencia del hormigón al momento de cortar los cables y la de la losa que se funde en el sitio.

- **Propiedades de los materiales**

Aquí se presenta un listado de las principales propiedades de los materiales del hormigón pretensado: hormigón, acero de presfuerzo y acero corrugado. Entre estas propiedades están módulo de elasticidad, resistencias máximas permisibles, límites de rotura y fluencia.

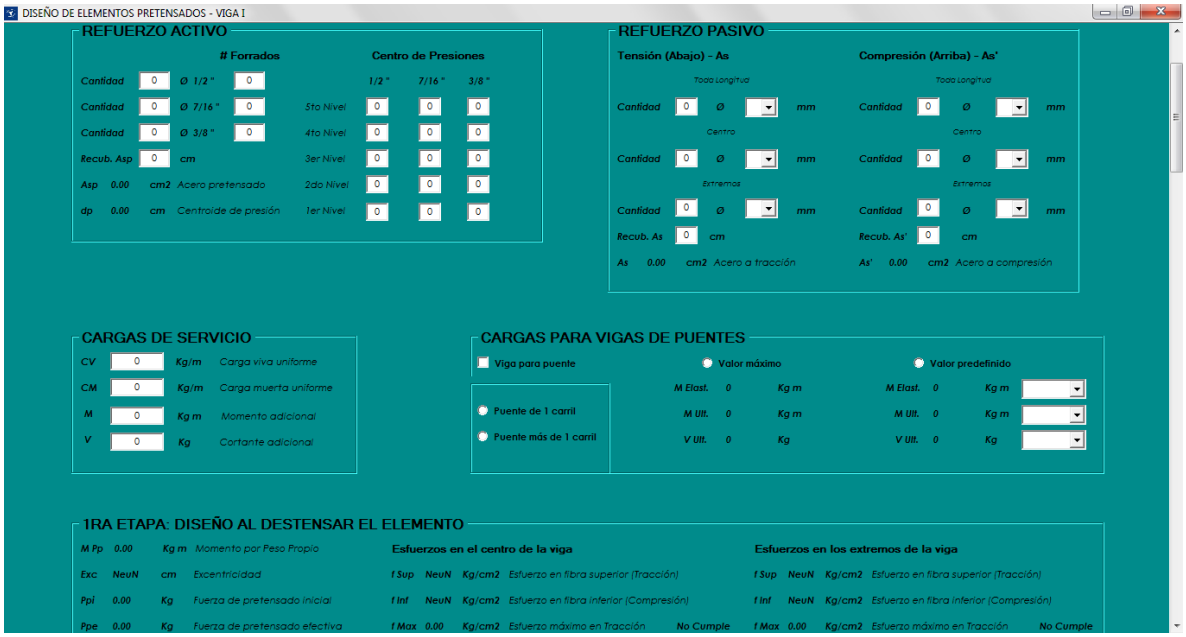


Figura 5.19: Ventana del programa. Viga I (parte 2)

- **Propiedades de la sección**

Las propiedades geométricas de la sección transversal de la viga se resumen en esta sección. Propiedades como área, peso por unidad de longitud, inercia, centro de gravedad, módulo resistente y radio de giro.

- **Refuerzo activo**

El usuario debe ingresar la cantidad de cables necesarios para el diseño, su recubrimiento y cuántos de ellos van a estar forrados en los extremos. Además es necesario ingresar la cantidad de cables que existe en cada fila de refuerzo para calcular el centro de presión de la fuerza de presfuerzo.

- **Refuerzo pasivo**

De manera similar se ingresa el acero corrugado destinado a resistir las distintas etapas del diseño. Se ingresa la cantidad de acero y el tipo según su diámetro comercial, además de su recubrimiento. Es posible ingresar acero para que resista compresión y tracción, además de distinguir si se coloca en toda la longitud de la viga o si solo en el centro o extremos.

Figura 5.20: Ventana del programa. Viga I (parte 3)

- **Cargas de servicio**

Esta sección está destinada a recibir las cargas que soportará la viga. Se divide en cargas vivas y muertas, además es posible indicar si existe un momento o una carga puntual.

- **Cargas para vigas de puentes**

Debido a que la viga I es típica en la construcción de puentes, se agregó esta sección para el cálculo de las cargas que en ella ocurren (en caso de ser para puente).

- **1ra etapa: Diseño al destensar el elemento**

Esta sección es la sintetizada en el diagrama de flujo de la *Figura 5.2*.

- **2da etapa: Diseño al colocar una carga muerta sobre el elemento**

Explicada apropiadamente en la *Figura 5.3*.

- **3ra etapa: Diseño por cargas de servicio (elástico) a flexión**

Indicada en el diagrama de flujo de la *Figura 5.4*.

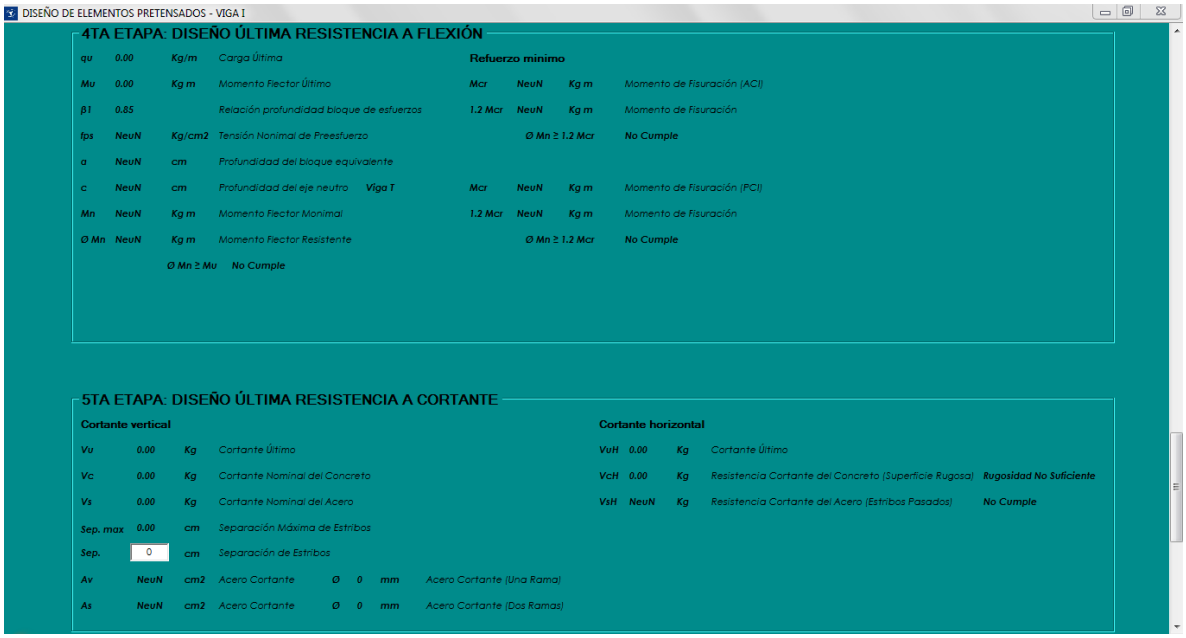


Figura 5.21: Ventana del programa. Viga I (parte 4)

- **4ta etapa: Diseño última resistencia a flexión**

Sección sintetizada en el diagrama de flujo de la *Figura 5.5*.

- **5ta etapa: Diseño última resistencia a cortante**

Explicación mostrada en la *Figura 5.6*.

- **6ta etapa: Deformaciones**

Es la última sección del diseño. Su explicación resumida se encuentra en la *Figura 5.7*.

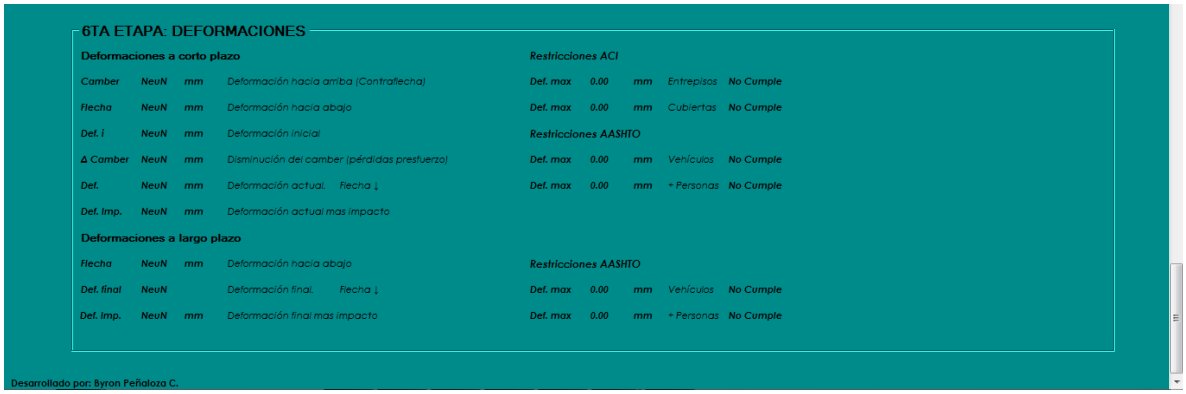


Figura 5.22: Ventana del programa. Viga I (parte 5)

Conocida la funcionabilidad del software se está en capacidad de realizar el diseño de cualquier tipo de elemento. Una vez que se considere apropiado al diseño es posible guardarlo para su almacenamiento o para compartirlo con cualquier otro usuario. El software implementa la opción de guardar el diseño en formato *Adobe Reader (.pdf)* a partir del cual el usuario está en capacidad de disponer del archivo.

6

Construcción de parqueadero mediante losas T pretensadas, Parque de la Madre, Av. 12 de Abril

CONCLUSIONES

En este último capítulo se indican los resultados obtenidos durante la elaboración del presente documento y del software de diseño.

El estudio de los materiales que conforman el hormigón pretensado permitió conocer sus principales propiedades y comportamiento, y así asimilar la verdadera razón del uso de materiales mucho más resistentes comparados con los que se usan normalmente en un hormigón armado. Adicionalmente a esto, se profundizó en el estudio de las pérdidas que ocurren en el acero de presfuerzo, tema de vital importancia en el pretensado, brindando herramientas útiles para su cálculo.

El poder diseñar los elementos más utilizados en el pretensado, aquellos sometidos a flexión y cortante, es quizá uno de los logros más importantes del presente documento. La teoría estudiada permitió estar en capacidad de diseñar vigas y losas pretensadas sometidas a determinadas solicitaciones, de manera que el elemento estructural cumpla adecuadamente su funcionabilidad.

El control de las deflexiones es una de las grandes ventajas del uso del hormigón pretensado. Mediante la revisión de la teoría de las deflexiones es posible calcular la flecha o contraflecha que tendrá el elemento pretensado debido a la aplicación de la fuerza de presfuerzo y las cargas externas, ya sea a corto o largo plazo, y así determinar si cumple las condiciones de servicio limitadas por códigos como ACI o AASHTO.

Si el uso de elementos pretensados como vigas o losas es limitado en nuestro medio, aún muchísimo menos es el uso de elementos pretensados que soportan esfuerzos de flexocompresión como las columnas. Si bien es un tema complejo, se brindó la mejor herramienta para obtener un diseño satisfactorio, el diagrama

de interacción, permitiendo que el elemento estructural soporte apropiadamente los esfuerzos a los que se encuentra sometido con los factores de seguridad adecuados.

Aunque el presente documento es solo una simple introducción al diseño de los elementos pretensados, brinda las suficientes herramientas para que el ingeniero civil pueda culminar adecuadamente un diseño estructural. El hecho de que un profesional tenga la capacidad de diseñar elementos pretensados como: viguetas para un entrepiso, losas TT para un parqueadero, vigas I para un puente o columnas eficientes con menos refuerzo, etc., sin duda marca la diferencia en el diseño estructural.

Como se notó en la teoría desarrollada, el diseño de un elemento pretensado es más complejo que el de uno armado, determinado así que la única manera de hacer que el diseño sea más llevadero es mediante el uso de un software de diseño. Es así que se planteó crear un programa computacional que se encargue del diseño de los elementos pretensados, haciendo de esto un proceso rápido y sencillo. El desarrollar este software fue un proceso bastante complejo, ya que su función no es solo la de proveer un cálculo matemático sino la de brindar un ambiente agradable al usuario.

Aunque el programa implementado es bastante completo, es posible que a medida que se desarrollen nuevas técnicas de diseño y construcción de elementos de hormigón pretensado se requieran modificaciones para su mejoramiento. Pues a través de esto queda planteado un tema de estudio futuro para aquellas personas que se interesen en este ámbito estructural.

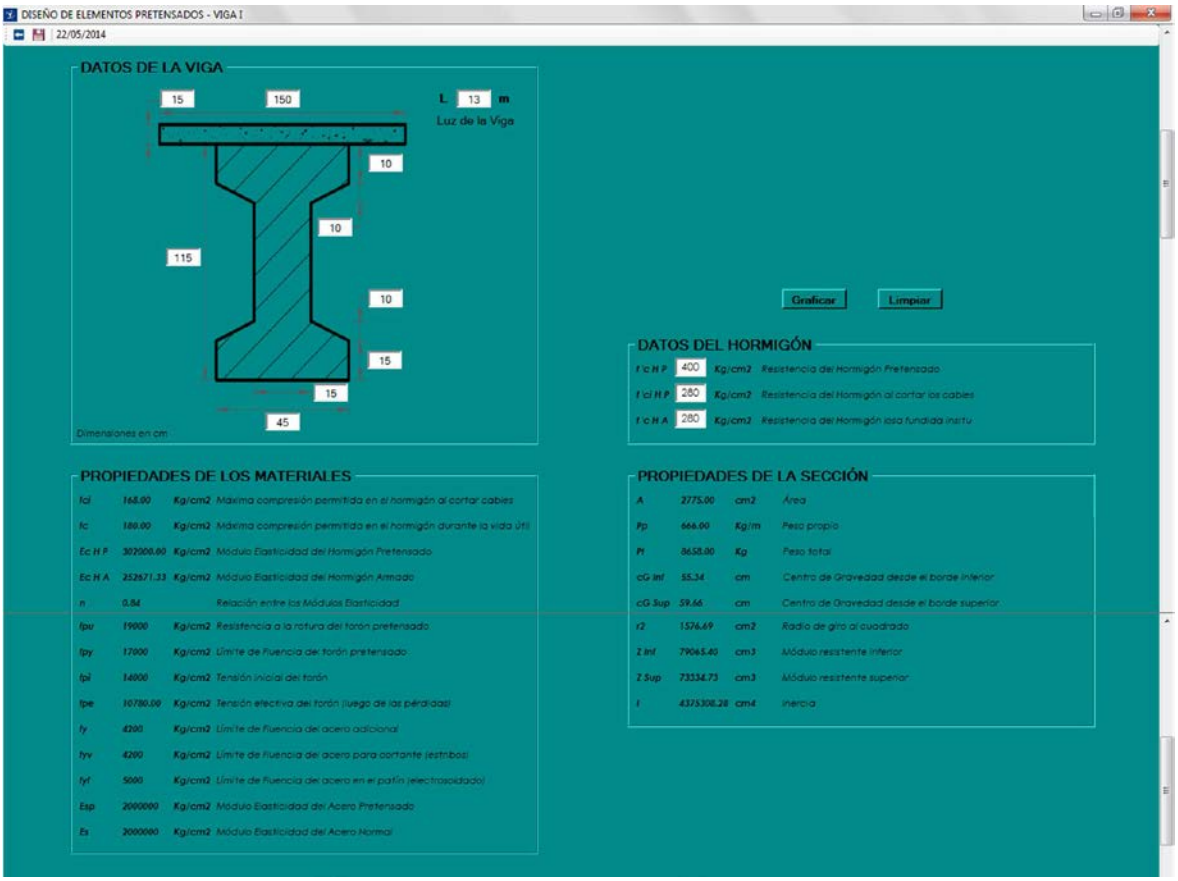
Finalmente al haber estudiado el comportamiento del hormigón pretensado, promoviendo de esta manera su uso, y al haber desarrollado un software enfocado al cálculo estructural de elementos isostáticos, se logró llevar a feliz término los objetivos propuestos al inicio del presente documento.

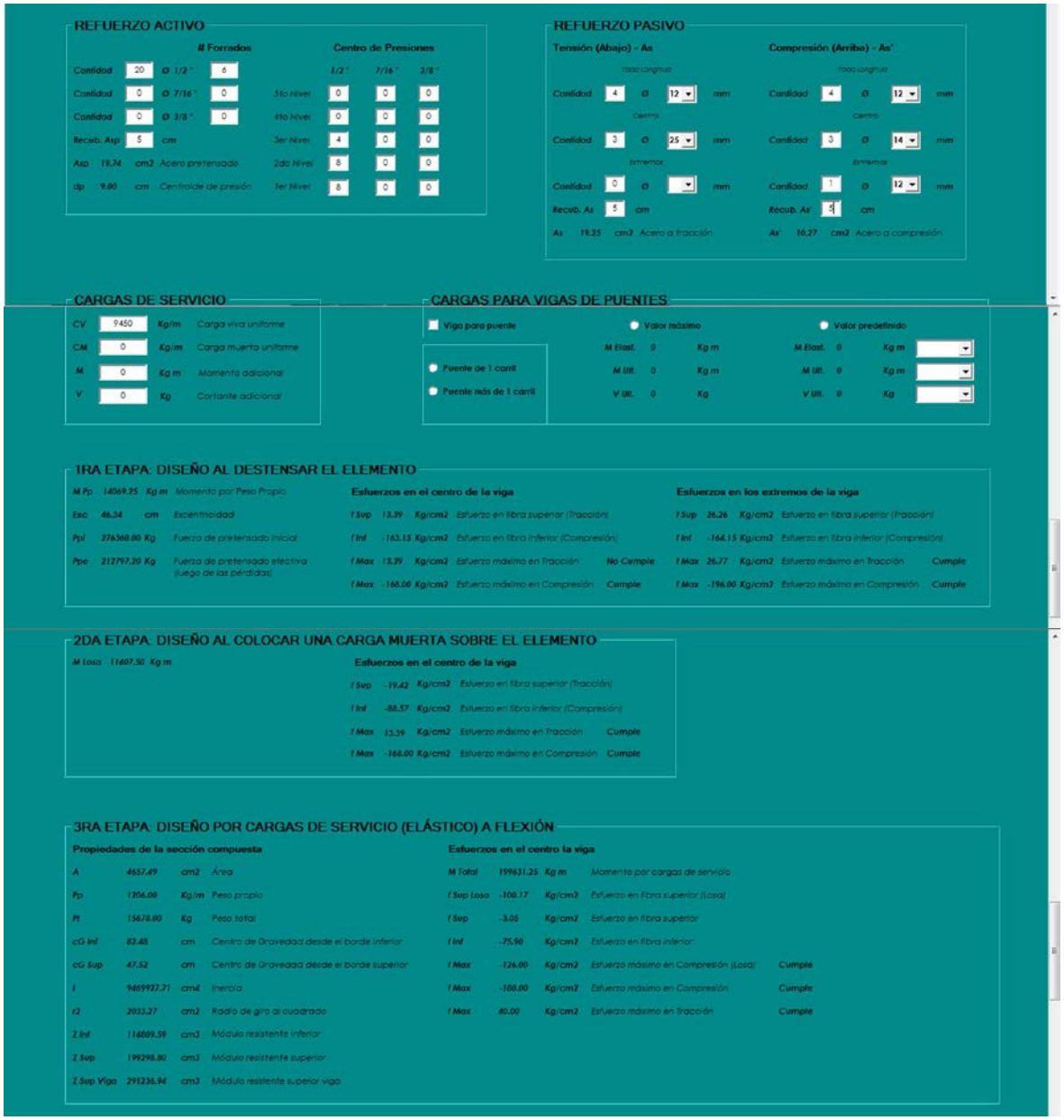
7

Instalación de losas macizas pretensadas que cubren canal de agua, diseñadas para soportar tráfico vehicular, sector El Labrado

ANEXOS

ANEXO A: EJECUCIÓN DEL SOFWTARE DESARROLLADO REFERENTE AL EJEMPLO DE APLICACIÓN 2





REFUERZO ACTIVO

			# Forrados		Centro de Presiones 1/2"	7/16"	3/8"
Cantidad	20	Ø 1/2"	6				
Cantidad	0	Ø 7/16"	0	5to Nivel	0	0	0
Cantidad	0	Ø 3/8"	0	4to Nivel	0	0	0
Recub. Asp	5	cm		3er Nivel	4	0	0
Asp	19.74	cm2	Acero pretensado	2do Nivel	8	0	0
dp	9.00	cm	Centroide de presión	1er Nivel	8	0	0

REFUERZO PASIVO

Tensión (Abajo) - As					Compresión (Arriba) - As'				
Toda longitud					Toda longitud				
Cantidad	4	Ø	12	mm	Cantidad	4	Ø	12	mm
Centro					Centro				
Cantidad	3	Ø	25	mm	Cantidad	3	Ø	14	mm
Extremos					Extremos				
Cantidad	0	Ø		mm	Cantidad	1	Ø	12	mm
Recub. As	5	cm			Recub. As'	5	cm		
As	19.25	cm2	Acero a tracción		As'	10.27	cm2	Acero a compresión	

CARGAS DE SERVICIO

CV	9450	Kg/m	Carga viva uniforme
CM	0	Kg/m	Carga muerta uniforme
M	0	Kg m	Momento adicional
V	0	Kg	Cortante adicional

CARGAS PARA VIGAS DE PUENTES

Viga para puente

Puente de 1 carril

Puente más de 1 carril

Valor máximo			Valor predefinido		
M Elast.	0	Kg m	M Elast.	0	Kg m
M Ult.	0	Kg m	M Ult.	0	Kg m
V Ult.	0	Kg	V Ult.	0	Kg

1RA ETAPA: DISEÑO AL DESTENSAR EL ELEMENTO

M Pp	14069.25	Kg m	Momento por Peso Propio
Exc	46.34	cm	Excentricidad
Ppi	276360.00	Kg	Fuerza de pretensado inicial
Ppe	212797.20	Kg	Fuerza de pretensado efectiva (luego de las pérdidas)

Esfuerzos en el centro de la viga

f Sup	13.39	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra superior (Tracción)	
f Inf	-165.15	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra inferior (Compresión)	
f Max	13.39	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Tracción	No Cumple
f Max	-160.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Compresión	Cumple

Esfuerzos en los extremos de la viga

f Sup	26.26	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra superior (Tracción)	
f Inf	-164.15	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra inferior (Compresión)	
f Max	26.77	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Tracción	Cumple
f Max	-196.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Compresión	Cumple

2DA ETAPA: DISEÑO AL COLOCAR UNA CARGA MUERTA SOBRE EL ELEMENTO

M Losa 11607.50 Kg m

Esfuerzos en el centro de la viga

f Sup	-19.42	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra superior (Tracción)	
f Inf	-88.57	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra inferior (Compresión)	
f Max	13.39	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Tracción	Cumple
f Max	-168.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Compresión	Cumple

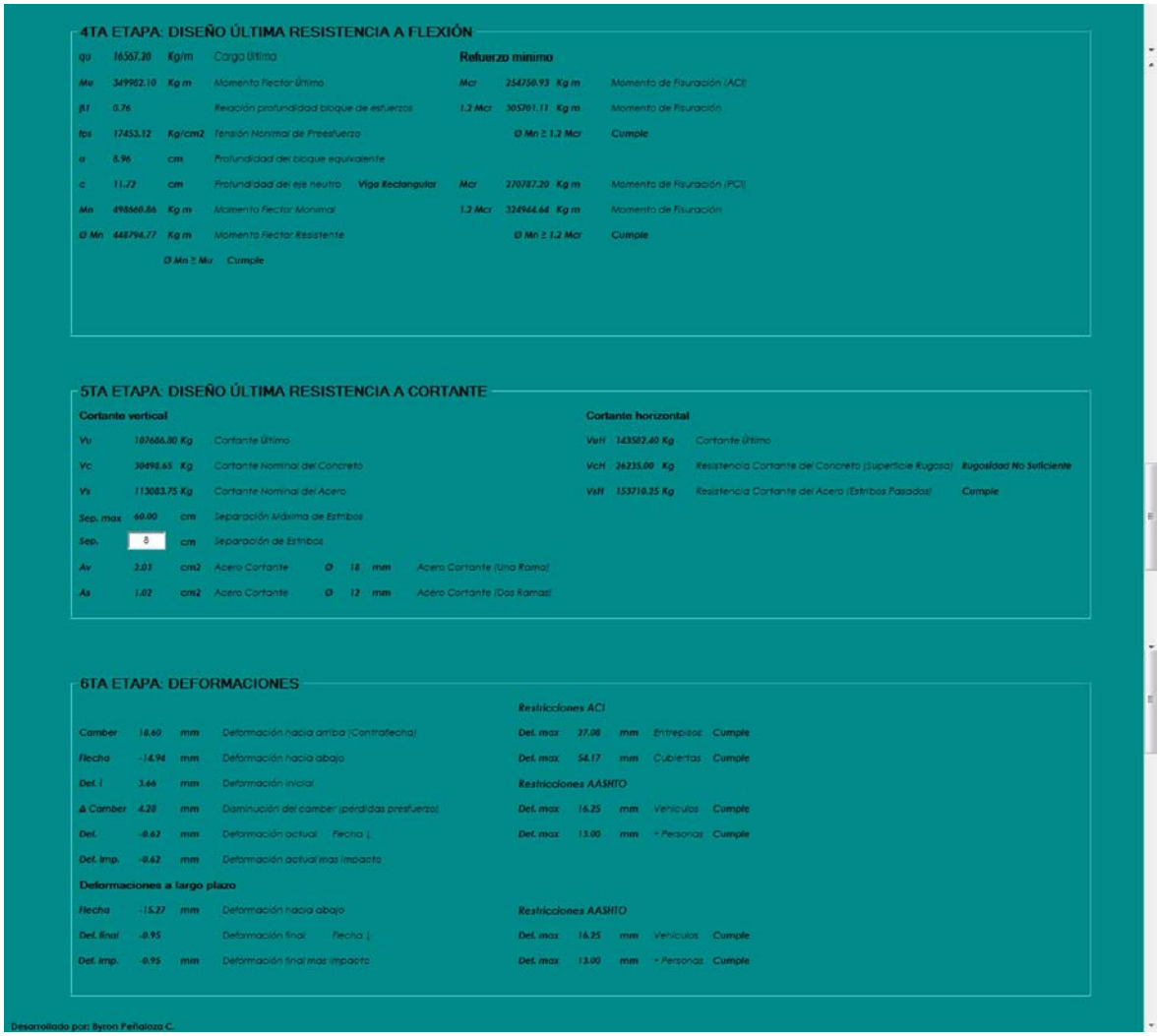
3RA ETAPA: DISEÑO POR CARGAS DE SERVICIO (ELÁSTICO) A FLEXIÓN

Propiedades de la sección compuesta

A	4657.49	cm2	Área
Pp	1206.00	Kg/m	Peso propio
Pt	15678.00	Kg	Peso total
cG Inf	82.48	cm	Centro de Gravedad desde el borde inferior
cG Sup	47.52	cm	Centro de Gravedad desde el borde superior
I	9469927.71	cm4	Inercia
r2	2033.27	cm2	Radio de giro al cuadrado
Z Inf	114809.59	cm3	Módulo resistente inferior
Z Sup	199298.80	cm3	Módulo resistente superior
Z Sup Viga	291236.94	cm3	Módulo resistente superior viga

Esfuerzos en el centro la viga

M Total	199631.25	Kg m	Momento por cargas de servicio	
f Sup Losa	-100.17	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra superior (Losa)	
f Sup	-3.05	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra superior	
f Inf	-75.90	Kg/cm2	Esfuerzo en fibra inferior	
f Max	-126.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Compresión (Losa)	Cumple
f Max	-100.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Compresión	Cumple
f Max	40.00	Kg/cm2	Esfuerzo máximo en Tracción	Cumple



4TA ETAPA: DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A FLEXIÓN

qu	16567.20	Kg/m	Carga Última
Mu	349952.10	Kg m	Momento Flector Último
β1	0.76		Relación profundidad bloque de esfuerzos
fps	17453.12	Kg/cm2	Tensión Nominal de Preesfuerzo
a	8.96	cm	Profundidad del bloque equivalente
c	11.22	cm	Profundidad del eje neutro — Viga Rectangular
Mn	498660.86	Kg m	Momento Flector Nominal
Ø Mn	448794.77	Kg m	Momento Flector Resistente

Ø Mn ≥ Mu Cumple

Refuerzo mínimo

Mcr	254750.93	Kg m	Momento de Fisuración (ACI)
1.2 Mcr	305701.11	Kg m	Momento de Fisuración
	Ø Mn ≥ 1.2 Mcr		Cumple
Mcr	270787.20	Kg m	Momento de Fisuración (PCI)
1.2 Mcr	324944.64	Kg m	Momento de Fisuración
	Ø Mn ≥ 1.2 Mcr		Cumple

5TA ETAPA: DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A CORTANTE

Cortante vertical

Vu	107686.80	Kg	Cortante Último
Vc	30498.65	Kg	Cortante Nominal del Concreto
Vs	113083.75	Kg	Cortante Nominal del Acero
Sep. max	60.00	cm	Separación Máxima de Estribos
Sep.	8	cm	Separación de Estribos
Av	2.03	cm2	Acero Cortante Ø 18 mm — Acero Cortante (Una Rama)
As	1.02	cm2	Acero Cortante Ø 12 mm — Acero Cortante (Dos Ramas)

Cortante horizontal

VuH	143582.40	Kg	Cortante Último
VcH	26235.00	Kg	Resistencia Cortante del Concreto (Superficie Rugosa) — Rugosidad No Suficiente
VsH	153710.25	Kg	Resistencia Cortante del Acero (Estribos Pasados) — Cumple

6TA ETAPA: DEFORMACIONES

Camber	18.60	mm	Deformación hacia arriba (Contraflecha)
Flecha	-14.94	mm	Deformación hacia abajo
Def. i	3.66	mm	Deformación inicial
Δ Camber	4.28	mm	Disminución del camber (pérdidas preesfuerzo)
Def.	-0.62	mm	Deformación actual Flecha ↓
Def. Imp.	-0.62	mm	Deformación actual mas impacto

Restricciones ACI

Def. max	27.08	mm	Entrepisos	Cumple
Def. max	54.17	mm	Cubiertas	Cumple

Restricciones AASHTO

Def. max	16.25	mm	Vehículos	Cumple
Def. max	13.00	mm	+ Personas	Cumple

Deformaciones a largo plazo

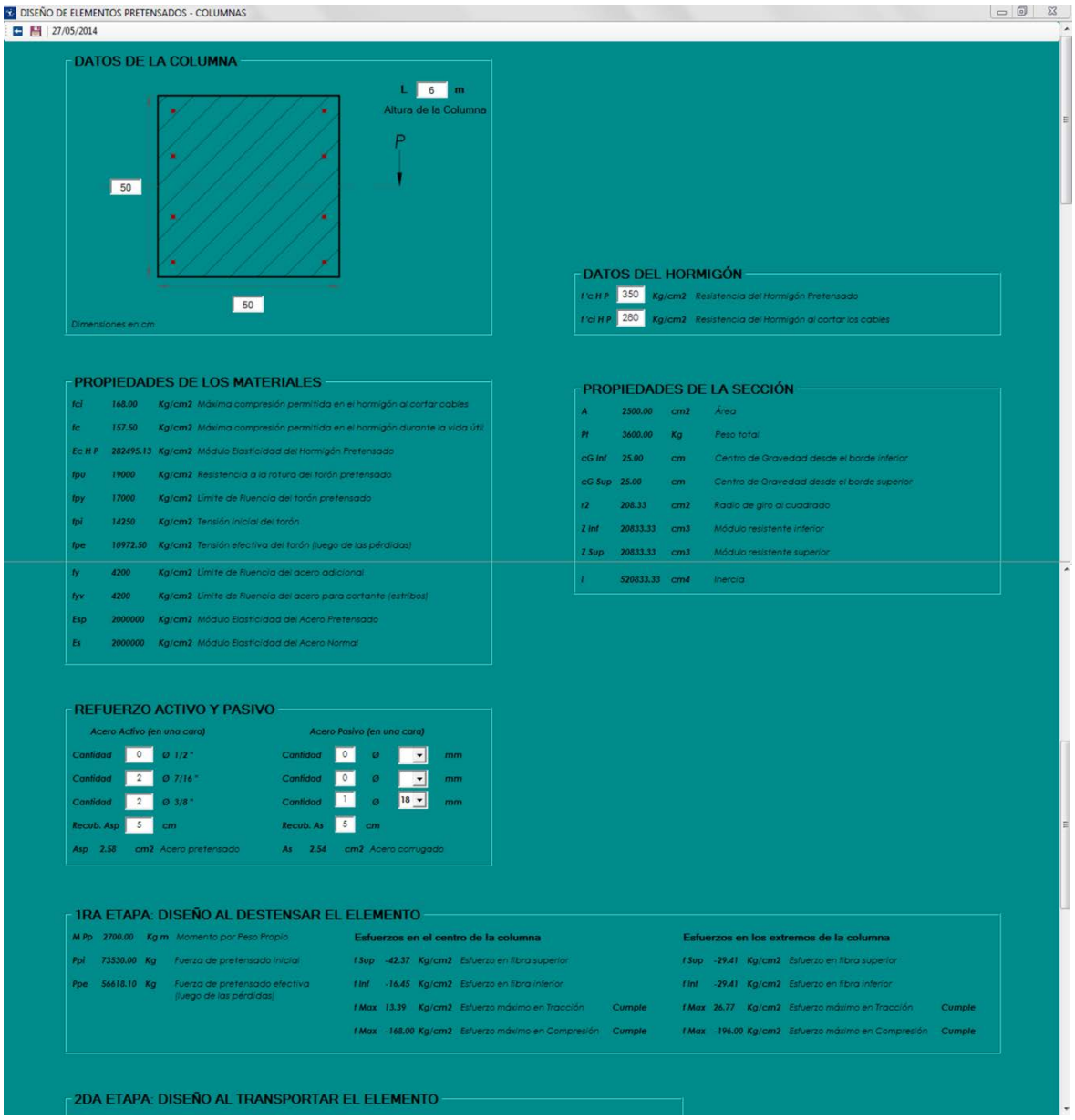
Flecha	-15.27	mm	Deformación hacia abajo
Def. final	-0.95		Deformación final Flecha ↓
Def. imp.	-0.95	mm	Deformación final mas impacto

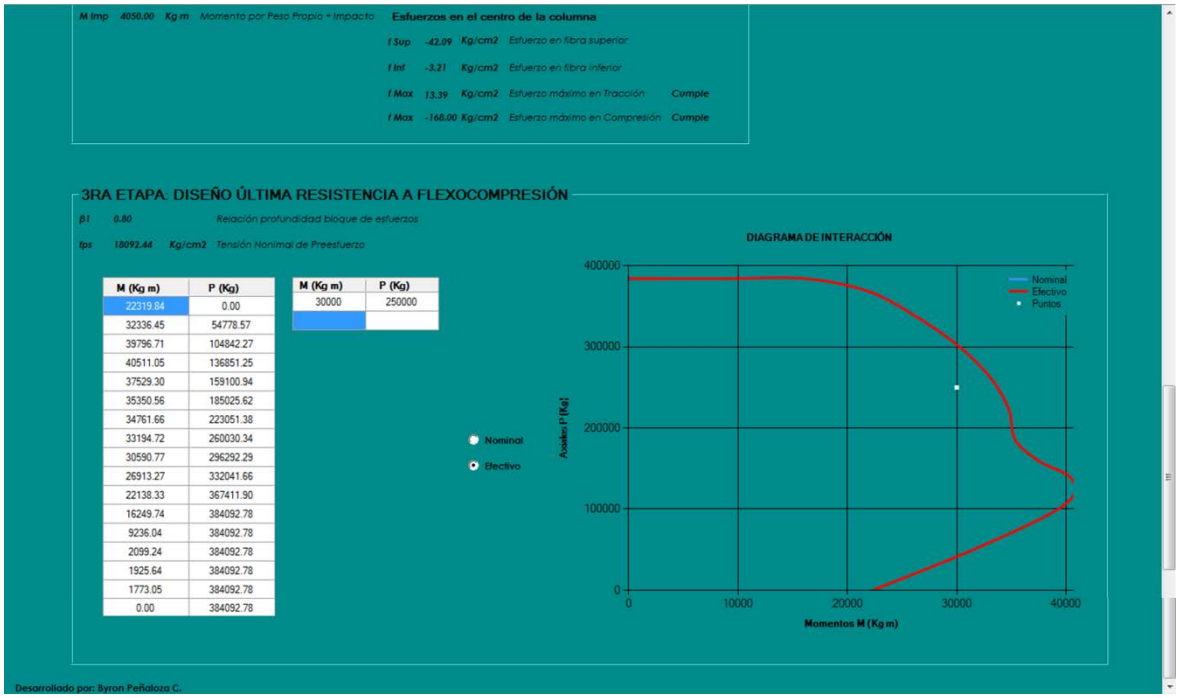
Restricciones AASHTO

Def. max	16.25	mm	Vehículos	Cumple
Def. max	13.00	mm	+ Personas	Cumple

Desarrollado por: Byron Peñaloza C.

ANEXO B: EJECUCIÓN DEL SOFWTARE DESARROLLADO REFERENTE AL EJEMPLO DE APLICACIÓN 3




M Imp 4050.00 Kg m Momento por Peso Propio + Impacto
Esfuerzos en el centro de la columna
f Sup -42.09 Kg/cm2 Esfuerzo en fibra superior
f Inf -3.21 Kg/cm2 Esfuerzo en fibra inferior
f Max 13.39 Kg/cm2 Esfuerzo máximo en Tracción Cumple
f Max -168.00 Kg/cm2 Esfuerzo máximo en Compresión Cumple
3RA ETAPA: DISEÑO ÚLTIMA RESISTENCIA A FLEXOCOMPRESIÓN
β1 0.80 Relación profundidad bloque de esfuerzos
fps 18092.44 Kg/cm2 Tensión Nominal de Preesfuerzo
M (Kg m) P (Kg)
22319.84 0.00
32336.45 54778.57
39796.71 104842.27
40511.05 136851.25
37529.30 159100.94
35350.56 185025.62
34761.66 223051.38
33194.72 260030.34
30590.77 296292.29
26913.27 332041.66
22138.33 367411.90
16249.74 384092.78
9236.04 384092.78
2099.24 384092.78
1925.64 384092.78
1773.05 384092.78
0.00 384092.78
M (Kg m) P (Kg)
30000 250000
Nominal
Efectivo
DIAGRAMA DE INTERACCIÓN
Nominal
Efectivo
Puntos
Axiales P (Kg)
400000
300000
200000
100000
0
0
10000
20000
30000
40000
Momentos M (Kg m)
Desarrollado por: Byron Peñaloza C.

BIBLIOGRAFÍA

[1] A. H. Nilson, "Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado", México: Limusa, 1990.

[2] E. Nawy G., "Prestressed Concrete: A Fundamental Approach", New Jersey: Pearson Prantice Hall - Fifth Edition, 2006.

[3] R. Gilbert y M. N.C., "Design of Prestressed Concrete", Londres: Spon Press, 1990.

[4] F. Carrasco Castro, "Hormigón Pretensado, diseño de elementos isostáticos", Cuenca: Imprenta Monsalve Moreno Cia. Ltda, 2010.

[5] ACI Comite 318, "Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-08) y Comentario", Farmington Hills M.I., 2008.

[6] M. P. Collins y D. Mitchell, "Prestressed Concrete Structures", Canada: Response Publications, 1997.

[7] F. Leonhardt, " Hormigón Pretensado Proyecto y Construcción", Madrid: Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1967.

[8] J. R. Libby, "Modern Prestressed Concrete: Design principles and construction methods", New York: Van Nostrand Reinhold - Fourth Edition.

[9] T. Y. Lin, " Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado", New York: Jhon Wiley and Sons Inc. - Sexta Impresión, 1980.

[10] PCI Design Handbook, "Precast and Prestressed Concrete", Chicago Illinois: Fifth Edition, 1999.